9 класс

Задача 9.1.1. В магазине продаётся 20 товаров, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 20 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых 5 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 20 товаров в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 20 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

Задача 9.1.2. В магазине продаётся 20 товаров, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 20 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых 4 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 20 товаров в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 20 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

Задача 9.1.3. В магазине продаётся 24 товара, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 24 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых 4 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 24 товара в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 24 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

Задача 9.1.4. В магазине продаётся 25 товаров, стоимости которых — различные натуральные числа от 1 до 25 рублей. Магазин решил устроить акцию: при покупке любых

5 товаров один из них выдаётся в подарок, причём покупатель сам выбирает, какой товар получит бесплатно. Влад хочет купить все 25 товаров в этом магазине, заплатив как можно меньше. Сколько рублей ему понадобится? (Каждый из 25 товаров продаётся в 1 экземпляре.)

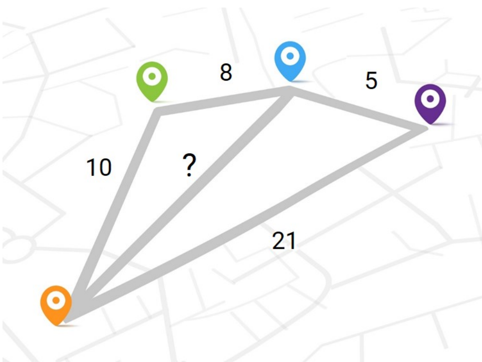
Задача 9.2.1. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 7200. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

Задача 9.2.2. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 28800. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

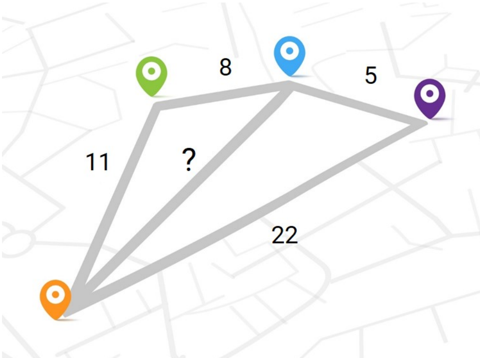
Задача 9.2.3. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 16200. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

Задача 9.2.4. Ваня загадал два натуральных числа, произведение которых равняется 45000. Какое наибольшее значение может принимать НОД этих чисел?

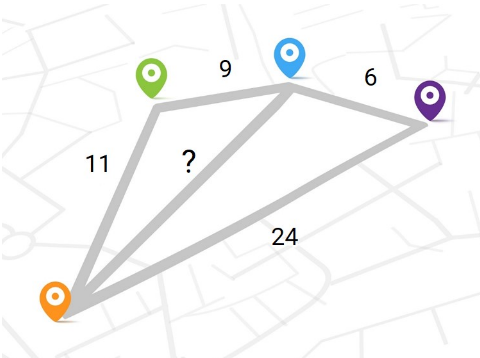
Задача 9.3.1. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



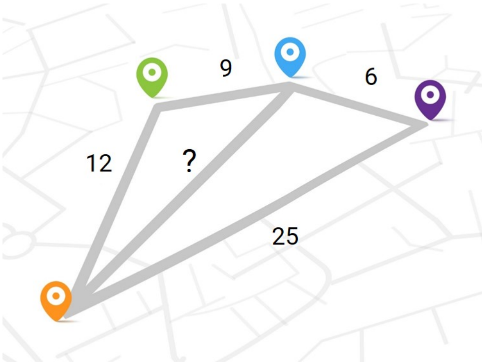
Задача 9.3.2. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



Задача 9.3.3. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



Задача 9.3.4. Четыре города и пять дорог расположены так, как изображено на рисунке. Длины всех дорог равны целому числу километров. Длины четырёх дорог указаны на рисунке. Сколько километров составляет длина оставшейся?



Задача 9.4.1. Простое число p таково, что число $p + 25$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p? Укажите все возможные варианты.

Задача 9.4.2. Простое число p таково, что число $p + 27$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p? Укажите все возможные варианты.

Задача 9.4.3. Простое число p таково, что число $p + 21$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p? Укажите все возможные варианты.

Задача 9.4.4. Простое число p таково, что число $p + 19$ является седьмой степенью простого числа. Чему может быть равно p? Укажите все возможные варианты.

Задача 9.5.1. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

Однажды собрались 80 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 80 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 80 жителей?

Задача 9.5.2. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

Однажды собрались 90 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 90 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 90 жителей?

Задача 9.5.3. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

Однажды собрались 70 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 70 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 70 жителей?

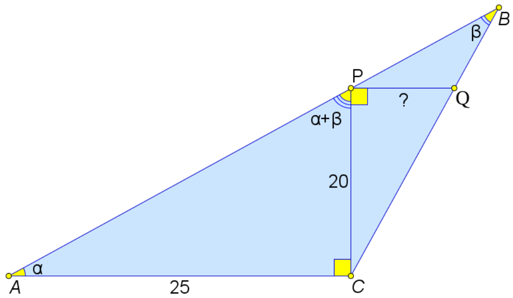
Задача 9.5.4. На острове живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут.

Однажды собрались 60 жителей острова, все они надели на себя футболки с номерами от 1 до 60 (у разных жителей разные номера). Каждый из них сказал одну из двух фраз:

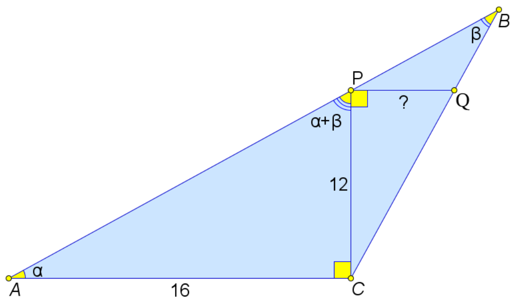
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки больше моего».
- «Среди собравшихся хотя бы у 5 лжецов номер футболки меньше моего».

Какое наименьшее количество рыцарей могло быть среди этих 60 жителей?

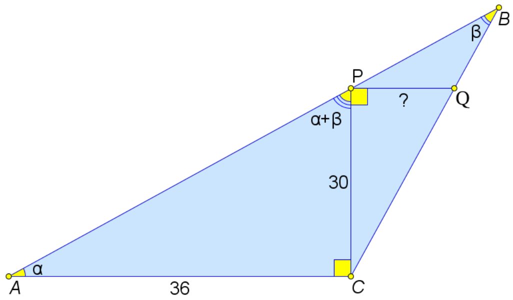
Задача 9.6.1. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C. На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = CPQ = 90^{\circ}$. Найдите длину отрезка PQ, если известно, что $AC = 25$, $CP = 20$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



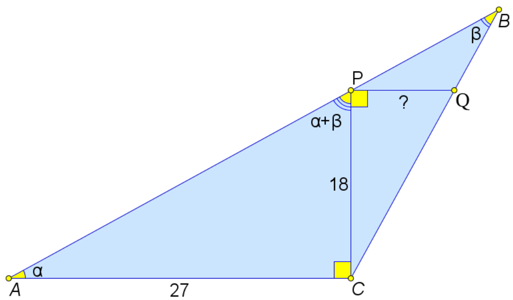
Задача 9.6.2. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C. На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = CPQ = 90°$. Найдите длину отрезка PQ, если известно, что $AC = 16$, $CP = 12$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



Задача 9.6.3. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C. На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = CPQ = 90°$. Найдите длину отрезка PQ, если известно, что $AC = 36$, $CP = 30$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



Задача 9.6.4. Дан тупоугольный треугольник ABC с тупым углом C. На его сторонах AB и BC отмечены точки P и Q соответственно так, что $\angle ACP = CPQ = 90^\circ$. Найдите длину отрезка PQ, если известно, что $AC = 27$, $CP = 18$, $\angle APC = \angle A + \angle B$.



Задача 9.7.1. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 10 и 30. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(20)$.

Задача 9.7.2. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 20 и 40. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(30)$.

Задача 9.7.3. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 30 и 50. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(40)$.

Задача 9.7.4. Дан квадратный трёхчлен $P(x)$, старший коэффициент которого равен 1. На графике $y = P(x)$ отметили две точки с абсциссами 40 и 60. Оказалось, что биссектриса первой четверти координатной плоскости пересекает отрезок между ними в его середине. Найдите $P(50)$.

Задача 9.8.1. В таблице $\times 12$ некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 25 таких операций. Найдите наименьшее возможное значение N.

Задача 9.8.2. В таблице 8×10 некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 21 такую операцию. Найдите наименьшее возможное значение N.

Задача 9.8.3. В таблице 8×14 некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 29 таких операций. Найдите наименьшее возможное значение N.

Задача 9.8.4. В таблице 6×14 некоторые N клеток — чёрные, а остальные — белые. За одну операцию разрешается покрасить три клетки, образующие трёхклеточный уголок, в белый цвет (некоторые из них ещё до перекрашивания могли быть белыми). Оказалось, что таблицу невозможно сделать полностью белой менее чем за 22 такие операции. Найдите наименьшее возможное значение N.