

Условия задач

(муниципальный этап олимпиады 2022 г.)

9 класс

1. Докажите, что для любых действительных чисел (x, y) выполняется неравенство:
$$|x + y| + |1 - x| + |1 - y| \geq 2.$$
2. Для каких цифр a, b, c пятизначные числа \overline{abccc} и \overline{aabb} являются последовательными натуральными числами.
3. В квадрате размером клеток некоторые клетки закрашены в черный цвет. При этом оказалось, что ни одна черная клетка не имеет смежной стороны больше чем с одной другой черной клеткой? Какое наибольшее количество клеток могло быть закрашено в черный цвет?
4. На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ выбраны точки P и Q таким образом, что $BP = PQ = QD$. Прямые CP и CQ пересекающие стороны AB и AD соответственно в точках M и N . Найдите отношение $MN : BD$.
5. Для функции $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ выполняется условие $5a + b + 2c = 0$. Докажите, что уравнение $f(x) = 0$ имеет два корня.