

9 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.

Все задания по 7 баллов.

9.1. У пяти детей вместе было десять конфет. Первый сказал: «У меня одна конфета», второй: «У меня две конфеты», ..., пятый: «У меня пять конфет». Сколько из этих высказываний могли быть ложными?

9.2. Барон Мюнхгаузен рассказал, что однажды расставил по кругу в некотором порядке все натуральные числа от 1 до 100, а затем посчитал всевозможные суммы любых трёх подряд идущих чисел и выписал их на доску. Оказалось, что все числа на доске были простыми. Не ошибается ли барон?

9.3. Натуральные числа a, b, c таковы, что $\frac{a^2}{a^2+b^2} + \frac{c^2}{a^2+c^2} = \frac{2c}{b+c}$. Докажите, что bc – полный квадрат.

9.4. В остроугольном треугольнике ABC ($AB > AC$) длина высоты AH равна радиусу описанной окружности треугольника ABC . Точка O – центр описанной окружности треугольника ABC . Биссектриса треугольника ABC , проведённая из вершины A , пересекла сторону BC в точке D , а прямая DO пересекла сторону AB в точке E . Докажите, что $HE = AH$.

9.5. В таблице 5×5 записаны все числа от 1 до 25, по одному числу в клетке. Рассмотрим все пары чисел, стоящих в одной строке или в одном столбце. Для каждой пары вычисляется отношение большего числа к меньшему. Минимальное из этих отношений среди всех пар обозначим A . Какое максимальное значение может принять A при разных расстановках чисел в таблице?