

## 9 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.

Все задания по 7 баллов.

9.1. У пяти детей вместе было десять конфет. Первый сказал: «У меня одна конфета», второй: «У меня две конфеты», ..., пятый: «У меня пять конфет». Сколько из этих высказываний могли быть ложными?

9.2. Барон Мюнхгаузен рассказал, что однажды расставил по кругу в некотором порядке все натуральные числа от 1 до 100, а затем посчитал всевозможные суммы любых трёх подряд идущих чисел и выписал их на доску. Оказалось, что все числа на доске были простыми. Не ошибается ли барон?

9.3. Натуральные числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$  таковы, что  $\frac{a^2}{a^2+b^2} + \frac{c^2}{a^2+c^2} = \frac{2c}{b+c}$ . Докажите, что  $bc$  – полный квадрат.

9.4. В остроугольном треугольнике  $ABC$  ( $AB > AC$ ) длина высоты  $AH$  равна радиусу описанной окружности треугольника  $ABC$ . Точка  $O$  – центр описанной окружности треугольника  $ABC$ . Биссектриса треугольника  $ABC$ , проведённая из вершины  $A$ , пересекла сторону  $BC$  в точке  $D$ , а прямая  $DO$  пересекла сторону  $AB$  в точке  $E$ . Докажите, что  $HE = AH$ .

9.5. В таблице  $5 \times 5$  записаны все числа от 1 до 25, по одному числу в клетке. Рассмотрим все пары чисел, стоящих в одной строке или в одном столбце. Для каждой пары вычисляется отношение большего числа к меньшему. Минимальное из этих отношений среди всех пар обозначим  $A$ . Какое максимальное значение может принять  $A$  при разных расстановках чисел в таблице?