

Ленинградская область  
Всероссийская олимпиада школьников по математике  
*Муниципальный этап*  
**2022-2023 уч.год**  
9 класс

1. Найдите отношение  $\frac{2023ac}{b^2}$ ,

если известно, что один из корней уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$  в 2022 раза больше другого. Здесь  $a \cdot b \cdot c \neq 0$ .

2. Найдите все решения уравнения

$$m^2 - 2mn - 3n^2 = 5$$

где  $m, n$  – целые числа.

3. Докажите неравенство при всех положительных  $a, b$

$$\frac{a}{a^4 + b^2} + \frac{b}{a^2 + b^4} \leq \frac{1}{ab}$$

4. После футбольного матча Андрей сказал, что он забил 3 гола, а Паша забил только 1. Паша сказал, что забил 4 гола, а Ваня забил 5 голов. Ваня сказал, что он забил 6 голов, а Андрей только 2. Могло ли оказаться, что втроем они забили 10 голов, если известно, что каждый из них сказал один раз правду, а другой раз солгал?

5. В треугольнике  $ABC$   $AC > AB$ . Из вершины  $A$  опущена высота  $AH$ . Какая разность больше,  $(AC - AB)$  или  $(HC - HB)$ ?

*Продолжительность выполнения заданий – 235 минут.*

*Максимальное количество баллов за каждую задачу – 7 баллов. Итого 35 баллов за все задание.*

*Не забудьте обосновать свои решения задач!*