

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
2022-2023 уч.г.  
9 класс**

*Инструкция по выполнению заданий:*

*Вам предлагается решить математические задачи, указав в каждой из них ответ и развёрнутое решение либо обоснование ответа. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Задачи можно решать в любом порядке. Время выполнения заданий - 240 минут.*

**9.1.** В поселке проживают семь человек. Некоторые из них лжецы (всегда лгут), а остальные – рыцари (всегда говорят правду). Каждый из них сказал про каждого из остальных кто он: рыцарь или лжец. Из 42 полученных ответов 24 были «Он – лжец». Какое наименьшее количество рыцарей может проживать в поселке?

**9.2.** Можно ли разрезать клетчатый квадрат  $35 \times 35$  на клетчатые прямоугольники такие, что периметр каждого из них равен 18, 22 или 26?

**9.3.** Положительное число  $a$  – коэффициент при  $x^2$  квадратного трехчлена  $f(x)$ , не имеющего корней. Докажите, что при любом  $x$  выполняется неравенство  $f(x) + f(x-1) - f(x+1) > -4a$ .

**9.4.** Четырехугольник  $ABCD$  ( $AB > BC$ ) вписан в окружность  $\Omega$ . Известно, что  $AD = CD$ . Докажите, что биссектриса угла  $ADB$  отсекает от угла  $BAC$  равнобедренный треугольник.

**9.5.** По кругу выписаны 300 целых ненулевых чисел таких, что каждое число больше произведения трех следующих за ним по часовой стрелке чисел. Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди этих 300 выписанных чисел?