

Дорогие ребята!

Поздравляем Вас с участием в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике!

Выполняя задания, не спешите, так как ответы не всегда очевидны и требуют применения не только знаний, но и общей эрудиции, логики и творческого подхода.

На выполнение заданий отводится 235 минут.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальное число баллов, которое может получить участник, равно 35.

Успеха Вам в работе!

1. У фокусника есть набор из 12^2 различных карточек. У каждой из карточек одна сторона красная, а другая - синяя; на каждой карточке с обеих сторон написано по одному натуральному числу от 1 до 12. Назовем карточку дублем, если числа на обеих сторонах карточки совпадают. Фокусник хочет вытянуть две карточки так, чтобы среди них был хотя бы один дубль, и при этом никакое число не встречалось одновременно на обеих вытянутых карточках. Сколькими способами он может это сделать?

2. Три друга решили организовать ферму по производству молочной продукции. Для этого они купили для фермы коров Красной степной породы молочного направления. Алексей купил для фермы 30 коров, Борис 50 коров той же породы, а Владимир внес в предприятие 24 тысячи долларов. Известно, что Алексей и Борис могут поделить эти деньги между собой так, что вклад в общее дело каждого из трех друзей будет одинаковым. Сколько денег полагается Борису? Ответ дать в тысячах долларов.

3. Точка D - середина стороны AC треугольника ABC , DE и DF - биссектрисы треугольников ABC , и CBD . Отрезки BD и EF пересекаются в точке M . Докажите, что $DM = \frac{1}{2}EF$.

4. На внеурочном занятии по математике в 9 классе школьники готовились к экзаменам и решали задачи по теории чисел. Учитель написал на доске одиннадцать натуральных чисел и предложил школьникам записать в своих тетрадях наибольшие общие делители каждой пары этих чисел. После сравнения и проверки полученных результатов оказалось, что любое число, написанное учителем на доске, встречается и в каждой тетради школьника. Какое наибольшее количество различных чисел (из 11 предложенных) могло быть написано учителем на доске?

5. Числовые палиндромы – это натуральные числа, которые одинаково читаются справа налево и слева направо, т.е. отличаются симметрией записи (расположения цифр), например, 121; 676; 1331; 4884; 94949; 1178711 – палиндромы, а числа 1231, 1212, 1010 не являются палиндромами. Определите, каких палиндромов среди чисел от 10000 до 999 999 больше – с нечетной суммой цифр или с четной, и во сколько раз?