



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
19 НОЯБРЯ 2022 г. I тур 9 класс 1 вариант

1. Разность корней квадратного трёхчлена P равна 4, а разность корней трёхчлена $P + 6$ равна 8. Чему может быть равна разность корней квадратного трёхчлена $P + 28$?

2. Каждый из 97 детей держит в руках табличку с ненулевым (положительным или отрицательным) числом, все эти числа разные. Дети построились в ряд по убыванию чисел (первое — самое большое), и Петя оказался *сороковым* по счету. Затем дети построились по убыванию чисел, обратных к исходным (напомним, что обратным к числу a называется число $1/a$), и Петя оказался *шестидесятым*. Наконец, дети построились по убыванию квадратов исходных чисел (все квадраты оказались разными). Каким по счету может оказаться Петя? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

3. Точка K лежит на биссектрисе CL треугольника ABC . На стороне AB выбрана такая точка X , что $AC = 3KX = 9AX$ и $KX \parallel AC$. Известно, что $AB = 2$. Найдите периметр треугольника ABC .

4. Назовём натуральное число n *полезным*, если у числа n^2 найдется такой делитель d , что число $n^2 + 101d$ является точным квадратом. Сколько полезных чисел содержится среди чисел от 1 до 1 000 000?

5. Серёже на день рождения подарили доску, представляющую собой квадрат 150×150 клеток, из которого вырезаны два квадрата 6×6 : содержащий левую верхнюю угловую клетку и содержащий правую верхнюю угловую клетку. В каждой клетке этой доски он написал натуральное число от 1 до 8, в результате каждое число встречается на доске нечётное число раз. Уголок из трёх клеток назовём *удачным*, если все три числа в его клетках равны, или они все различны. Сережа подсчитал количество удачных уголков на доске. Какое наименьшее количество у него могло получиться?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru



САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКАЯ
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ
РАЙОННЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
19 НОЯБРЯ 2022 г. I тур 9 класс 2 вариант

1. Разность корней квадратного трёхчлена $P(x)$ равна 20, а разность корней трёхчлена $P(x) + 32$ равна 12. Чему может быть равна разность корней квадратного трёхчлена $P(x) + 40$?

2. Каждый из 87 детей держит в руках табличку с ненулевым (положительным или отрицательным) числом, все эти числа разные. Дети построились в ряд по убыванию чисел (первое — самое большое), и Вася оказался *пятидесятым* по счету. Затем дети построились по убыванию чисел, обратных к исходным (напомним, что обратным к числу a называется число $1/a$), и Вася оказался *сороковым*. Наконец, дети построились по убыванию квадратов исходных чисел (все квадраты оказались разными). Каким по счету может оказаться Вася? Приведите все варианты и объясните, почему других нет.

3. В треугольнике ABC проведена биссектриса BL . На отрезке CL выбрана точка K . Прямая, проходящая через точку K параллельно BC , пересекает отрезок BL в точке X . Известно, что $BC = 3KX = 6KC$ и $AC = 3$. Найдите периметр треугольника ABC .

4. Назовём натуральное число m *ценным*, если у числа m^2 найдется такой делитель d , что число $m^2 - 139d$ является точным квадратом. Сколько ценных чисел содержится среди чисел от 1 до 700 000?

5. Дима купил в магазине сувенир: доску, представляющую собой квадрат 130×130 клеток, из которого вырезаны два квадрата 4×4 : содержащий левую верхнюю угловую клетку и содержащий правую нижнюю угловую клетку. Каждую клетку этой доски он покрасил в один из 8 цветов, в результате каждый цвет встречается на доске нечетное число раз. Уголок из трёх клеток назовём *удачным*, если все его клетки одного цвета или все они трех разных цветов. Сережа подсчитал количество удачных уголков на доске. Какое наименьшее количество у него могло получиться?

Этот листок Вы можете оставить себе на память. В начале своей работы укажите ФАМИЛИЯ, ИМЯ, ОТЧЕСТВО; ДАТА РОЖДЕНИЯ; ТЕЛЕФОН; КЛАСС, ШКОЛА, РАЙОН ШКОЛЫ; ФИО тех учителей математики, которые оказали на Вас наибольшее влияние. Списки прошедших на городской и региональный тур будут опубликованы на сайтах www.pdmi.ras.ru/~olymp и olymp.academtalant.ru