

9 класс

1. Можно ли найти пять различных натуральных числа, каждое из которых не делится ни на 3, ни на 4, ни на 5, но сумма любых трёх делится на 3, сумма любых четырёх делится на 4, а сумма всех пяти делится на 5?

2. Известно, что $2x + y^2 + z^2 \leq 2$. Докажите, что $x + y + z \leq 2$.

3. Найдите наименьшее натуральное число n такое, что суммы цифр каждого из чисел n и $n + 1$ делятся на 17.

4. За круглым столом сидят 30 человек, каждый из которых или рыцарь, который всегда говорит правду, или лжец, который всегда лжёт. Каждого спросили: «Сколько рыцарей среди ваших соседей?» (Двое сидящих называются *соседями* друг друга, если между ними нет других сидящих.) 10 человек ответили «один», 10 — «два» и 10 — «ни одного». Каким наибольшим может быть число рыцарей за столом?

5. В треугольнике ABC точка O_1 — центр вписанной окружности. На продолжении стороны AB за точку B выбрана точка D . Окружность с центром O_2 касается отрезка CD и продолжений сторон AB и AC треугольника ABC . Докажите, что если $O_1C = O_2C$, то треугольник BOD — равнобедренный.

Продолжительность олимпиады — 4 часа.

Максимальное число баллов за задачу — 7 баллов.

Максимальное число баллов за все задачи — 35 баллов.