

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

Муниципальный этап.

9 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

9.1. Докажите, что $5 + 5^2 + 5^3 + \dots + 5^{2022}$ делится на 6.

9.2. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке M , а биссектриса угла AMC проходит через точку D . Найдите углы параллелограмма, если известно, что угол MDC равен 45° .

9.3. В таблицу 4×4 записали натуральные числа. Могло ли оказаться так, что сумма чисел в каждой следующей строке на 2 больше, чем в предыдущей, а сумма чисел в каждом следующем столбце на 3 больше, чем в предыдущем?

9.4. Значения квадратного трехчлена $ax^2 + 2bx + c$ отрицательны при всех x . Докажите, что значения трехчлена $a^2x^2 + 2b^2x + c^2$ при всех x положительны.

9.5. В некоторой компании 100 акционеров, и любые 66 из них владеют не менее чем 50% акций компании. Каким наибольшим процентом всех акций может владеть один акционер?