

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике
2022-2023 учебный год**

9 класс

1. В клетчатом квадрате 7×7 отметили несколько клеток, причём в каждом столбце и каждой строке хотя бы по одной клетке. Оказалось, что в любой строке квадрата отмечено нечётное число клеток, а в любом столбце число отмеченных делится на 3. Какое наименьшее и наибольшее количество клеток таблицы могло быть отмечено?
2. В рыбалке участвовали 11 опытных рыбаков и n детей. Вместе они поймали $n^2 + 5n + 22$ рыб, причём все опытные рыбаки поймали поровну, и все дети поймали поровну, но каждый на 10 меньше, чем опытный рыбак. Кого на рыбалке было больше — опытных рыбаков или детей?
3. На доске нарисовали остроугольный $\triangle ABC$, отметили середины сторон A_1 и B_1 против вершин A и B , а также основание высоты C_1 на стороне AB . Затем весь чертёж стёрли кроме точек A_1 , B_1 и C_1 . Можно ли восстановить исходный $\triangle ABC$?
4. Найдётся ли прямоугольная коробка, все три измерения которой (высота, ширина и глубина) выражаются иррациональными числами, а площадь поверхности и объём — целыми?
5. На какое наибольшее количество непересекающихся групп можно разбить все целые числа от 1 до 20 так, чтобы в каждой группе сумма чисел была полным квадратом?

Максимальная оценка за каждую задачу 7 баллов