

## 9 класс

**9-1-1.** Улитка ползёт по прямой. В первый день она проползает 1 м вперёд и  $\frac{1}{2}$  м назад. Во второй день она проползает  $\frac{1}{2}$  м вперёд и на  $\frac{1}{3}$  м назад. В третий день она проползает  $\frac{1}{3}$  м вперёд и  $\frac{1}{4}$  м назад и так далее. На каком расстоянии от точки старта она окажется в конце 74-го дня?

Ответ выразите в метрах.

**9-1-2.** Улитка ползёт по прямой. В первый день она проползает 1 м вперёд и  $\frac{1}{2}$  м назад. Во второй день она проползает  $\frac{1}{2}$  м вперёд и на  $\frac{1}{3}$  м назад. В третий день она проползает  $\frac{1}{3}$  м вперёд и  $\frac{1}{4}$  м назад и так далее. На каком расстоянии от точки старта она окажется в конце 55-го дня?

Ответ выразите в метрах.

**9-1-3.** Улитка ползёт по прямой. В первый день она проползает 1 м вперёд и  $\frac{1}{2}$  м назад. Во второй день она проползает  $\frac{1}{2}$  м вперёд и на  $\frac{1}{3}$  м назад. В третий день она проползает  $\frac{1}{3}$  м вперёд и  $\frac{1}{4}$  м назад и так далее. На каком расстоянии от точки старта она окажется в конце 44-го дня?

Ответ выразите в метрах.

**9-1-4.** Улитка ползёт по прямой. В первый день она проползает 1 м вперёд и  $\frac{1}{2}$  м назад. Во второй день она проползает  $\frac{1}{2}$  м вперёд и на  $\frac{1}{3}$  м назад. В третий день она проползает  $\frac{1}{3}$  м вперёд и  $\frac{1}{4}$  м назад и так далее. На каком расстоянии от точки старта она окажется в конце 96-го дня?

Ответ выразите в метрах.

**9-2-1.** Ненулевые числа  $a, b, c, d, e, f$  таковы, что среди произведений  $acd, ace, bde, bdf$  и  $bef$  ровно одно положительное. Какое?

**9-2-2.** Ненулевые числа  $a, b, c, d, e, f$  таковы, что среди произведений  $acd, ace, bdf, bef$  и  $def$  ровно одно положительное. Какое?

**9-2-3.** Ненулевые числа  $a, b, c, d, e, f$  таковы, что среди произведений  $abc, aef, adf, bce$  и  $def$  ровно одно положительное. Какое?

**Ответ.**  $aef$ .

**9-2-4.** Ненулевые числа  $a, b, c, d, e, f$  таковы, что среди произведений  $abe, ade, bcf, bcd$  и  $cdf$  ровно одно положительное. Какое?

**9-3-1.** Числа от 1 до 217 разбиты на две группы: в одной 10 чисел, а в другой — 207. Оказалось, что средние арифметические чисел в двух группах равны. Найдите сумму чисел в группе из 10 чисел.

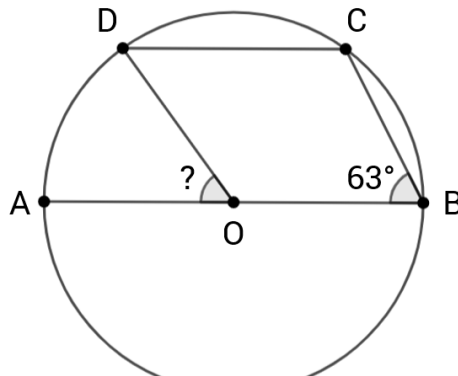
Перейдём к решению задачи. По нашему утверждению среднее арифметическое в каждой группе равно среднему арифметическому чисел от 1 до 217, а оно, как несложно проверить, равно 109. Поэтому ответ  $109 \cdot 10 = 1090$ .

**9-3-2.** Числа от 1 до 269 разбиты на две группы: в одной 100 чисел, а в другой — 169. Оказалось, что средние арифметические чисел в двух группах равны. Найдите сумму чисел в группе из 100 чисел.

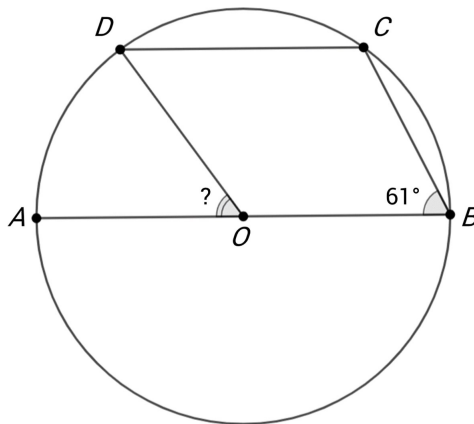
**9-3-3.** Числа от 1 до 361 разбиты на две группы: в одной 10 чисел, а в другой — 351. Оказалось, что средние арифметические чисел в двух группах равны. Найдите сумму чисел в группе из 10 чисел.

**9-3-4.** Числа от 1 до 311 разбиты на две группы: в одной 100 чисел, а в другой — 211. Оказалось, что средние арифметические чисел в двух группах равны. Найдите сумму чисел в группе из 100 чисел.

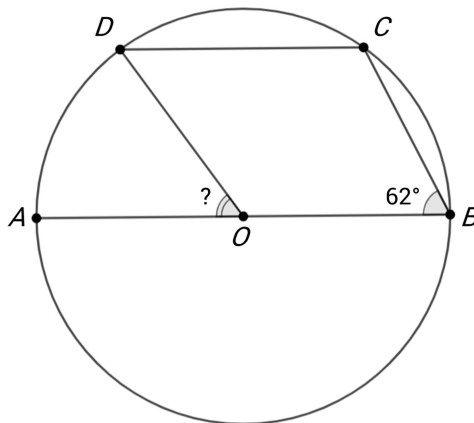
**9-4-1.** На рисунке  $O$  — центр окружности,  $AB \parallel CD$ . Найдите градусную меру угла, отмеченного знаком «?».



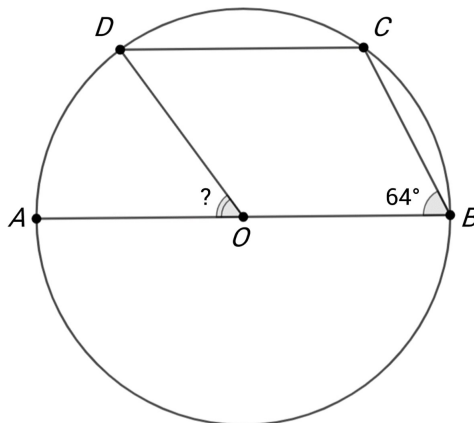
**9-4-2.** На рисунке  $O$  – центр окружности,  $AB \parallel CD$ . Найдите градусную меру угла, отмеченного знаком «?».



**9-4-3.** На рисунке  $O$  – центр окружности,  $AB \parallel CD$ . Найдите градусную меру угла, отмеченного знаком «?».



**9-4-4.** На рисунке  $O$  – центр окружности,  $AB \parallel CD$ . Найдите градусную меру угла, отмеченного знаком «?».



**9-5-1.** На доске записаны числа 1 и 7. За одно действие к обоим числам на доске прибавляется их наибольший общий делитель. Например, если в какой-то момент на доске будут числа 20 и 50, то они заменятся на числа 30 и 60.

Какие числа будут на доске после 100 действий? Ответы укажите в любом порядке.

**9-5-2.** На доске записаны числа 1 и 9. За одно действие к обоим числам на доске прибавляется их наибольший общий делитель. Например, если в какой-то момент на доске будут числа 20 и 50, то они заменятся на числа 30 и 60.

Какие числа будут на доске после 100 действий? Ответы укажите в любом порядке.

**9-5-3.** На доске записаны числа 3 и 13. За одно действие к обоим числам на доске прибавляется их наибольший общий делитель. Например, если в какой-то момент на доске будут числа 20 и 50, то они заменятся на числа 30 и 60.

Какие числа будут на доске после 100 действий? Ответы укажите в любом порядке.

**9-5-4.** На доске записаны числа 2 и 11. За одно действие к обоим числам на доске прибавляется их наибольший общий делитель. Например, если в какой-то момент на доске будут числа 20 и 50, то они заменятся на числа 30 и 60.

Какие числа будут на доске после 100 действий? Ответы укажите в любом порядке.

**9-6-1.** Шесть пиратов – капитан и пять членов его команды – сидят вокруг костра лицом к центру. Им надо поделить сокровище: 180 золотых монет. Капитан предлагает способ дележа (т.е. сколько должен получить каждый пират: каждому достанется целое неотрицательное число монет; разные пираты могут получить разное количество монет). После этого остальные пять пиратов голосуют за предложение капитана. Пират проголосует «за», только если он получит больше монет, чем каждый из двух его соседей. Предложение принимается, если «за» проголосуют хотя бы три из пяти членов команды.

Какое наибольшее количество монет может получить капитан при таком способе дележа?

**9-6-2.** Шесть пиратов – капитан и пять членов его команды – сидят вокруг костра лицом к центру. Им надо поделить сокровище: 120 золотых монет. Капитан предлагает способ дележа (т.е. сколько должен получить каждый пират: каждому достанется целое неотрицательное число монет; разные пираты могут получить разное количество монет). После этого остальные пять пиратов голосуют за предложение капитана. Пират проголосует «за», только если он получит больше монет, чем каждый из двух его соседей. Предложение принимается, если «за» проголосуют хотя бы три из пяти членов команды.

Какое наибольшее количество монет может получить капитан при таком способе дележа?

**9-6-3.** Шесть пиратов – капитан и пять членов его команды – сидят вокруг костра лицом к центру. Им надо поделить сокровище: 150 золотых монет. Капитан предлагает способ дележа (т.е. сколько должен получить каждый пират: каждому достанется целое неотрицательное число монет; разные пираты могут получить разное количество монет). После этого остальные пять пиратов голосуют за предложение капитана. Пират проголосует «за», только если он получит больше монет, чем каждый из двух его соседей. Предложение принимается, если «за» проголосуют хотя бы три из пяти пиратов.

Какое наибольшее количество монет может получить капитан при таком способе дележа?

**9-6-4.** Шесть пиратов – капитан и пять членов его команды – сидят вокруг костра лицом к центру. Им надо поделить сокровище: 90 золотых монет. Капитан предлагает способ дележа (т.е. сколько должен получить каждый пират: каждому достанется целое неотрицательное число монет; разные пираты могут получить разное количество монет). После этого остальные пять пиратов голосуют за предложение капитана. Пират проголосует «за», только если он получит больше монет, чем каждый из двух его соседей. Предложение принимается, если «за» проголосуют хотя бы три из пяти членов команды.

Какое наибольшее количество монет может получить капитан при таком способе дележа?

**9-7-1.** Уравнение  $x^4 - 7x - 3 = 0$  имеет ровно два действительных корня  $a$  и  $b$ ,  $a > b$ . Найдите значение выражения  $\frac{a - b}{a^4 - b^4}$ .

**9-7-2.** Уравнение  $x^4 - 6x - 5 = 0$  имеет ровно два действительных корня  $a$  и  $b$ ,  $a > b$ . Найдите значение выражения  $\frac{a - b}{a^4 - b^4}$ .

**9-7-3.** Уравнение  $x^4 - 11x + 3 = 0$  имеет ровно два действительных корня  $a$  и  $b$ ,  $a > b$ . Найдите значение выражения  $\frac{a - b}{a^4 - b^4}$ .

**9-7-4.** Уравнение  $x^4 - 13x + 4 = 0$  имеет ровно два действительных корня  $a$  и  $b$ ,  $a > b$ . Найдите значение выражения  $\frac{a - b}{a^4 - b^4}$ .

**9-8-1.** В Междуграде вдоль одной стороны улицы стоят дома, каждый дом может иметь 1, 2, 3, . . . , 9 этажей. Согласно древнему закону Междуграда, если два дома на одной стороне улицы имеют одинаковое количество этажей, то, как бы далеко они ни находились друг от друга, между ними должен быть дом с большим количеством этажей. Чему равно максимально возможное число домов на одной стороне улицы в Междуграде?

**9-8-2.** В Междуграде вдоль одной стороны улицы стоят дома, каждый дом может иметь 1, 2, 3, . . . , 7 этажей. Согласно древнему закону Междуграда, если два дома на одной стороне улицы имеют одинаковое количество этажей, то как бы далеко они ни находились друг от друга, между ними должен быть дом с большим количеством этажей. Чему равно максимально возможное число домов на одной стороне улицы в Междуграде?



**9-8-3.** В Междуграде вдоль одной стороны улицы стоят дома, каждый дом может иметь 1, 2, 3, . . . , 8 этажей. Согласно древнему закону Междуграда, если два дома на одной стороне улицы имеют одинаковое количество этажей, то как бы далеко они ни находились друг от друга, между ними должен быть дом с большим количеством этажей. Чему равно максимально возможное число домов на одной стороне улицы в Междуграде?

**9-8-4.** В Междуграде вдоль одной стороны улицы стоят дома, каждый дом может иметь 1, 2, 3, . . . , 10 этажей. Согласно древнему закону Междуграда, если два дома на одной стороне улицы имеют одинаковое количество этажей, то как бы далеко они ни находились друг от друга, между ними должен быть дом с большим количеством этажей. Чему равно максимально возможное число домов на одной стороне улицы в Междуграде?