Критерии оценивания, задания и ответы к заданиям МЭ ВсОШ

по математике

2023-2024 учебный год

10 класс

1. Известно, что функция y(t) является убывающей на всей области определения. Решите неравенство $y\left(\frac{x}{x-1}\right) \leq y\left(\frac{1}{x+3}\right)$.

Решение

На основании определения убывающей функции решаем дробно-рациональное неравенство $\frac{x}{x-1} \geq \frac{1}{x+3}$. Ответ: $(-\infty; -3) \cup \{-1\} \cup (4; +\infty)$.

Критерий оценивания

Верно сделан переход от функционального неравенства к дробно-рациональному, но допущены арифметические ошибки при решении дробно-рационального неравенства от 5 до 6 баллов.

Верно сделан переход от функционального неравенства к дробно-рациональному, но допущены ошибки при решении дробно-рационального неравенства, связанные с определением промежутков знакопостоянства – 2 балла;

Верно сделан переход от функционального неравенства к дробно-рациональному. Ответ отличается от искомого исключением точки -1 – 6 баллов.

Неверно сделан переход от функционального неравенства к дробно-рациональному, но при этом дробно-рациональное неравенство решено верно – 1 балл.

2. Для проведения семи разных мероприятий планируется задействовать несколько школьников так, чтобы в каждом мероприятии участвовало ровно три школьника, каждый школьник участвовал ровно в трех мероприятиях и любые два школьника могут встретиться только на одном мероприятии из этих семи. Какое наименьшее количество школьников для этого потребуется?

Решение

Проведем оценку общего количества школьников.

Способ 1. В каждом мероприятии участвуют 3 школьника, значит $7 \times 3 = 21$, но здесь каждый школьник учтен трижды, так как каждый школьник участвовал в трех мероприятиях. Значит $\frac{21}{3} = 7$ школьников.

Способ 2. Возьмем любого школьника, он общий для трех мероприятий. В каждом из этих мероприятий участвует еще по два школьника. Получаем, что школьников не меньше $1 + 2 \times 3 = 7$.

Составим пример.

Школьников пронумеруем 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Мероприятия обозначим (1), (2), (3), (4), (5), (6), (7).

Соответствие отобразим с помощью таблицы

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
1	1	1	2	2	3	3
2	4	6	4	5	4	5
3	5	7	6	7	7	6

Критерий оценивания

Обоснование оценки (достаточно одного способа оценки) – 4 балла. Составление верного примера – 3 балла. Баллы суммируются.

Комментарий

Пример может быть составлен в любом виде (таблица, рисунок, граф, описание и др.)

3. У робота Васи есть одна конфета и неограниченное количество конфет в отдельном мешке. Вася сам с собой играет в игру. Он подбрасывает монетку и, если выпадает решка, то Вася свою конфету перекладывает в мешок, а, если выпадает орел, то Вася из мешка берет одну конфету. Если у Васи не остается конфет, то игра заканчивается (Вася проиграл). Вася готов играть в эту игру бесконечно. Какова вероятность, что эта игра никогда не закончится? (Выпадение каждой грани монеты равновозможно).

Решение

Найдем вероятность проигрыша $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}Q$, где 1/ 2 – вероятность проигрыша при первом шаге, Q– вероятность проигрыша при последующих шагах. При этом $Q = P^2$ как произведение вероятности попасть из позиции 2 в позицию 1 и вероятности попасть из позиции 1 в позицию 0. Получаем уравнение $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}P^2$, решением которого является $P = 1$. Значит, искомая вероятность равна 0.

Критерий оценивания

Составление верной математической модели задачи (в приведенном решении математической моделью является уравнение $P = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}P^2$) – 6 баллов.

Продвижение к модели ($P = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}Q$), где описано, что вероятностью какого события является Q, – 3 балла.

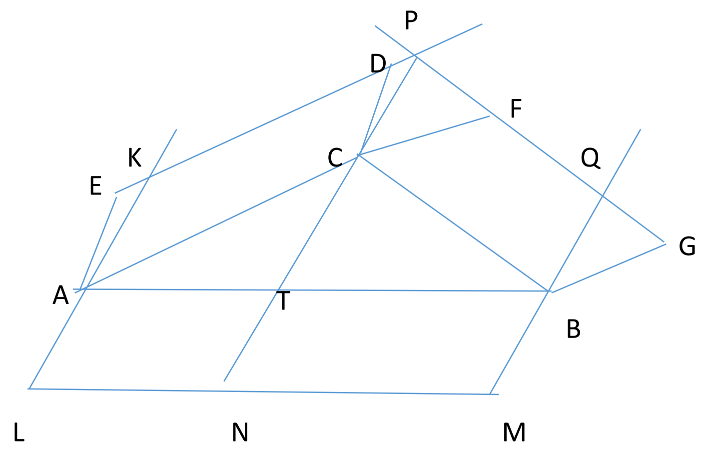
Продвижение, заключающееся в нахождении дополняющего события «проигрыш в игре» к событию «игра не закончится никогда», оценивается в 1 балл.

Только вывод о том, что вероятность выпадения орла (решки) при подбрасывании монеты равна ½ оценивается в 0 баллов.

4. Дан треугольник ABC на сторонах которого вовне построены два параллелограмма ACDE и BCFG. Продолжения сторон DE и FG пересекаются в точке P. На стороне AB построен параллелограмм ABML, стороны AL и BM которого равны и параллельны PC. Доказать, что площадь параллелограмма ABML равна сумме площадей параллелограммов, построенных на сторонах AC и BC треугольника ABC.

Решение

Выполним дополнительные построения. Пусть прямая PC пересекает AB и LM в точках T и N. K – точка пересечения AL и ED, Q – точка пересечения BM и PG. Тогда площади параллелограммов ACDE, ACPK, ATNL равны между собой, так же как и площади параллелограммов BCFG, BCPF, BMNT равны. Следовательно, площадь ABML равна сумме площадей ACDE и BCFG.



Критерий оценивания

Получены отдельные выводы, влияющие на продвижение в решении 1-3 баллов;

Есть неточности в обосновании 5-6 баллов;

Доказано требование задачи – 7 баллов

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} xy - 6 = \frac{y^3}{x}, \\ xy + 24 = \frac{x^3}{y} \end{cases}$

Решение

Перемножим уравнения системы при условии $x \neq 0; y \neq 0;$ $\begin{cases} xy = 8, \\ xy - 6 = \frac{y^3}{x} \end{cases}$

$\begin{cases} xy = 8, \\ \frac{y^3}{x} = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} xy = 8, \\ y^4 = 16 \end{cases}$ $\begin{cases} y = \pm 2, \\ x = \pm 4 \end{cases}$

Критерий оценивания

Все преобразования уравнений системы выполнены верно. Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Получен неверный ответ из-за арифметических ошибок -5-6 баллов.

Есть продвижения в решении, равносильные преобразования уравнений системы 1-3 балла.

Выполнены неравносильные преобразования уравнений системы – 0 баллов.