МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ

Республика Бурятия

2023–2024 учебный год

РЕШЕНИЯ
И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

Улан-Удэ

2023

ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ
И ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ОЦЕНИВАНИЮ РАБОТ

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике 2023–2024 учебного года в Республике Бурятия проводится по заданиям, подготовленным Региональной предметно-методической комиссией в единый для всех муниципалитетов день — **11 декабря 2023 г.** Муниципальный этап проводится по отдельным заданиям для учащихся 7, 8, 9, 10 и 11 классов.

Задания для каждого класса включают 5 задач. Продолжительность олимпиады составляет **3 часа 55 минут**. Единое время начала олимпиады для всех муниципалитетов — **10:00** по местному времени.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Максимальное количество баллов, которое может получить участник, равно 35.

Задания математических олимпиад являются творческими, допускают несколько различных вариантов решений. Кроме того, необходимо оценивать частичные продвижения в задачах (например, разбор важного случая, доказательство вспомогательного утверждения, нахождение примера и т. п.). Наконец, возможны логические и арифметические ошибки в решениях. Окончательные баллы по задаче должны учитывать всё вышеперечисленное.

В случае отсутствия *специальных критериев* по задаче, её решение оценивается по приведённой ниже таблице.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Полное верное решение.
6–7	Решение верное, но имеются небольшие недочёты.
5–6	В целом верное решение, которое содержит ошибки, пропущенные важные случаи, не влияющие на логику решения.
3–4	Решение делится на две равноценные части, участником решена одна из частей.
2–3	Доказаны вспомогательные утверждения.
0–1	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения.
0	Решение отсутствует. Решение неверное, продвижения отсутствуют.

Важно отметить, что жюри НЕ снимает баллы за:

1) объём текста (важно также понимать, что сколь угодно длинный текст без содержательных продвижений никак НЕ ОЦЕНИВАЕТСЯ);

2) почерк или способ оформления;

3) отличие решения участника от авторского.

Черновики работ не проверяются.

Ниже приведены ответы и решения к задачам олимпиады. В комментариях к задачам указаны критерии оценивания (в баллах) некоторых предполагаемых ошибок и частичных продвижений. Заметим, что работа участника, помимо приведённых, может включать другие содержательные продвижения и ошибки, которые должны быть оценены дополнительно.

Региональная предметно-методическая комиссия имеет право перепроверки работ участников муниципалитетов.

7 КЛАСС

7.1. Сколько существует натуральных трёхзначных чисел, у которых ровно две цифры одинаковы?

Ответ. 243.

Решение. Всего трехзначных чисел — 900, из них чисел, состоящих из различных цифр, — $9 \cdot 9 \cdot 8 = 648$, а состоящих из одинаковых цифр — 9. Тогда искомое количество равно $900 - (648 + 9) = 243$.

Критерии.

7 баллов — верный ответ и верные вычисления;

5 баллов — в целом решение верно, но допущена одна вычислительная ошибка;

1 балл — только верный ответ;

1 балл — верно подсчитано количество чисел вида $\overline{aax}$, где $a \neq x$;

1 балл — верно подсчитано количество чисел вида $\overline{axa}$, где $a \neq x$;

1 балл — верно подсчитано количество чисел вида $\overline{xaa}$, где $a \neq x$;

Последние три критерия суммируются.

7.2. В дворовой хоккейной команде 13 человек. Средний возраст всех участников команды 15 лет. Когда один из участников возраста 11 лет получил травму, на его замену пришёл другой участник, и средний возраст команды стал 17 лет. Сколько лет игроку, пришедшему на замену?

Ответ. 37 лет.

Решение. Суммарный возраст участников команды без травмированного равен $15 \cdot 13 - 11 = 184$ года.

Пусть x — возраст пришедшего на замену участника. Тогда средний возраст команды после прихода нового участника взамен травмированного равен

$$\frac{184 + x}{13} = 17, \quad \text{откуда} \quad x = 37 \text{ лет.}$$

Критерии.

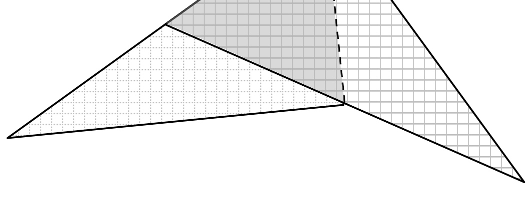
7 баллов — задача решена верно и все этапы логически обоснованы;

4 балла — ответ правильный, но решение недостаточно обосновано;

1 балл — приведен только верный ответ;

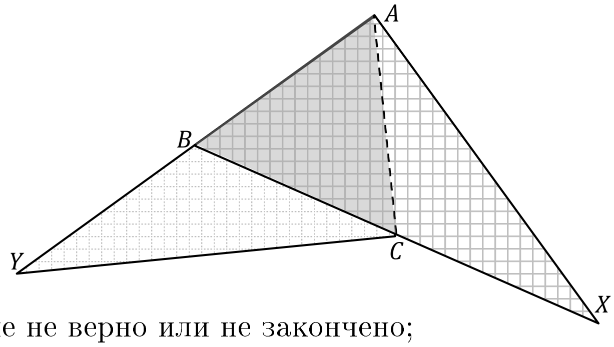
0 баллов — задача не решена (или не решалась).

7.3. Вася на уроке геометрии вырезал два одинаковых прямоугольных треугольника. Он сложил их как показано на рисунке справа. При этом оказалось, что вершина прямого угла одного попала на сторону другого. Докажите, что треугольник, образованный пересечением Васиных треугольников (серый на рисунке), — равносторонний.



Решение. С одной стороны, в треугольниках ABX и ACY (см.рисунок ниже) углы $\angle ABX$ и $\angle CAY$ равны как соответствующие. Тогда в треугольнике ABC углы $\angle ABC = \angle ABX = \angle CAY = \angle CAB$. А значит, $\triangle ABC$ равнобедренный. Тогда стороны AC и BC равны.

С другой стороны, AB и AC являются соответствующими сторонами равных бумажных треугольников, т.е. $AB = AC$. А значит, треугольник ABC равносторонний.



Критерии.

7 баллов — верное доказательство;

3 балла — доказано, что $\triangle ABC$ равнобедренный (через углы $\angle ABC = \angle CAB$), но далее решение не верно или не закончено;

3 балла — доказано, что $\triangle ABC$ равнобедренный (через стороны $AB = AC$), но далее решение не верно или не закончено.

7.4. Заяц и Волк одновременно побежали по прямой лесной дороге от дупла совы до норы мышки. Заяц сначала побежал со скоростью 20 км/ч, но на середине пути сильно устал и потрусил со скоростью 4 км/ч. Волк же 4 минуты бежал со скоростью 15 км/ч, а потом тоже устал и пошёл со скоростью 6 км/ч. В итоге Волк догнал Зайца у норы мышки. Найдите длину лесной дороги от дупла до норы.

Ответ. 6 км.

Решение. Пусть S — искомая длина лесной дороги от дупла совы до норы мышки.

Зная скорость и пройденное расстояние, составим и заполним таблицу для Зайца, из которой сделаем вывод, что общее время, затраченное Зайцем на весь путь, равно $\frac{S}{40} + \frac{S}{8} = \frac{3S}{20}$ (ч).

Дано			Вычислим		
Заяц	бежал	шёл	Заяц	бежал	шёл
Расстояние	$\frac{S}{2}$ км	$\frac{S}{2}$ км	Расстояние	$\frac{S}{2}$ км	$\frac{S}{2}$ км
Скорость	20 км/ч	4 км/ч	Скорость	20 км/ч	4 км/ч
Время	...	...	Время	$\frac{S}{40}$ ч	$\frac{S}{8}$ ч

Аналогично, зная скорость и время первой части пути, составим и заполним таблицу для Волка, из которой сделаем вывод, что общее время, затраченное Волком на весь путь, равно $\frac{1}{15} + \frac{S-1}{6} = \frac{S}{6} - \frac{1}{10}$ (ч).

Дано			Вычислим		
Волк	бежал	шёл	Волк	бежал	шёл
Расстояние	...	...	Расстояние	1 км	$S - 1$ км
Скорость	15 км/ч	6 км/ч	Скорость	15 км/ч	6 км/ч
Время	$\frac{4}{60} = \frac{1}{15}$ ч	...	Время	$\frac{1}{15}$ ч	$\frac{S-1}{6}$ ч

Заметим, что по условию время, затраченное и Зайцем и Волком на весь путь, одинаково.

Тогда

$$\frac{3S}{20} = \frac{S}{6} - \frac{1}{10},$$
$$\frac{S}{6} - \frac{3S}{20} = \frac{1}{10},$$
$$\frac{S}{60} = \frac{1}{10},$$
$$S = 6(\text{км}).$$

Критерии.

7 баллов — верный ответ и полное верное решение;

5 баллов — решение задачи верно сведено к уравнению вида $\frac{3S}{20} = \frac{S}{6} - \frac{1}{10}$, но уравнение не решено или решено не верно;

3 балла — верно выведено время, затраченное только Зайцем (или только Волком) на весь путь, зависящее от длины всей лесной дороги, но далее решение не верно или не закончено;

1 балл — только верный ответ (возможно, с проверкой), в том числе найденный подбором.

7.5. Буратино нашел семь драгоценных камней разного веса. Прибор «Поле чудес» умеет за одно испытание из шести камней выбрать два средних по весу. Как Буратино за пять испытаний найти самый средний по весу камень из семи?

Решение. Ясно, что если упорядочить камни по весу, то при любом испытании прибор выберет два из трёх средних камней. Удалив один камень из показанных в первом испытании, узнаём остальные два средних. Теперь три раза удаляем камни не из этой тройки. Тот камень, который войдёт в каждую из трёх пар, — самый средний.

Критерии.

7 баллов — представлен верный алгоритм;

2 балла — есть небольшие продвижения по решению;

0 баллов — неверный алгоритм.