ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ. 2023-2024 ГГ. МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП. 7-Й КЛАСС

№1. Решить уравнение : $|x-1|+|x(x-1)|=0$

Решение:

Очевидно, что равенство выполняется лишь тогда, когда $|x-1|=0$ и $|x(x-1)|=0$.

Из первого уравнения следует, что $x=1$, а из второго $x=0, x=1$. Следовательно, $x=1$- корень уравнения

Ответ: 1

Критерии оценивания:

7	Обосновано получен верный ответ
3	При решении уравнений сделана арифметическая ошибка, но при этом показано, что 0 не является корнем уравнения.
2	Подбором получен корень 1 и не показано, что других нет.
1	В качестве корней получены 0 и 1.
0	Неверное решение или выписан только ответ.

№2. Числа a,b,c таковы, что значения выражений $a-b+101$, $b-c+101$, $c-a+101$ являются тремя последовательными натуральными числами. Найти эти натуральные числа.

Решение:

$(a-b+101)+(b-c+101)+(c-a+101)=303$. $303=100+101+102$

Ответ: 100, 101, 102

Критерии оценивания:

7	Обоснованно получен верный ответ.
4	Верные рассуждения, но найдены a,b,c и сделан вывод, что такого быть не может.
3	Верный ход логических рассуждений, но допущена вычислительная ошибка и получен другой ответ.
0	Решение отсутствует, неверное или дан только ответ.

№3. Малыш подарил Карлсону большую коробку конфет. Карлсон съел все конфеты за три дня. В первый день он съел 0,2 всей коробки и еще 16 конфет. Во второй день – 0,3 остатка и еще 20 конфет. В третий день – 0,75 остатка и последние 30 конфет. Сколько конфет было в коробке?

Решение:

Пусть x – число конфет, которое было в коробке. В первый день было съедено (0,2x + 16) конфет; во второй и третий дни было съедено (0,8x – 16) конфет. Во второй день было съедено (0,3(0,8x – 16) + 20) = (0,24 x + 15,2) конфет; в третий день осталось (0,56x – 31,2) конфет. Так как в третий день было съедено 0,75 остатка и ещё 30 конфет, то остаток будет составлять 120 конфет. Получаем уравнение 0,56x – 31,2 = 120, откуда находим x = 270.

Ответ: 270

Критерии оценивания:

7	Получен верный ответ в ходе логических рассуждений или в результате решения уравнения. При этом рассуждения должны быть полными, а составление уравнения обосновано.
5-6	Верный ответ, есть недочёты в обосновании.
3-4	Верный ход логических рассуждений, но допущена вычислительная ошибка и получен другой ответ.
0	Решение отсутствует или допущена фактическая ошибка.

№4. Царь Салтан разложил свои сокровища по девяти мешкам: в первый мешок 1 кг, во второй — 2 кг, в третий — 3 кг, и так далее, в девятый — 9 кг. Коварная баба Бабариха украла часть сокровищ из одного мешка. Как за два взвешивания на чашечных весах без гирь шейху определить, из какого именно?

Решение:

Первое взвешивание. Разделим мешки на группы по три мешка в каждой так, чтобы суммарные массы мешков в каких-то двух группах были равны. Например, 1 + 3 + 7=11, 2 + 4 + 5=11 и 6 + 8 + 9=23. Взвесим две группы мешков, в которых масса должна быть одинаковой. Если весы покажут равенство, то кража была произведена из мешка третьей группы; если какая-то из взвешиваемых групп перевесит, то кража — из другой взвешиваемой группы.

Второе взвешивание. Рассмотрим найденную группу из трёх мешков, из которой была совершена кража. Кладем на весы по одному мешку из этой группы и на одну из чаш добавляем мешок из другой группы (из которой кража не совершалась) с известной массой с тем, чтобы уравновесить весы (то есть этот мешок играет роль гири). Например, для первой группы на весы можно положить мешки 1 + (2) и 3; для второй — 2 + (3) и 5; для третьей — 6 + (2) и 8 (в скобках указаны «мешки-гири») . Если весы уравновесились, то кража совершена из оставшегося мешка, а если нет, то из лежащего на более легкой чаше.

Критерии оценивания:

7	Решение полное и все логические шаги присутствуют.
5-6	Решение верное, но есть некоторые недочёты в алгоритме второго взвешивания.
4	Верный алгоритм разобран для одного или нескольких частных случаев, но не показано, почему он позволяет сделать вывод при любых исходах взвешиваний
1-3	Предложено первое взвешивание, сравнивающее две тройки мешков с равными массами, и сделан вывод об определении «подозрительной» тройки; способ проведения второго взвешивания либо не указан, либо указан неверно, либо он годится только для

	частного случая − приведен неверный алгоритм
0	Решение отсутствует или неверно.

№5. Длины сторон треугольника, выраженные в сантиметрах, равны трём последовательным натуральным числам. Найти стороны треугольника, если одна из его медиан перпендикулярна одной из его биссектрис.

Решение:

Рассмотрим треугольник ABC. Пусть CE- его медиана, BD- его биссектриса, O- их точка пересечения, $CE \perp BD$. Тогда треугольник CBE- равнобедренный (по признаку) и BE=BC. Но так как AE=BE, то AB=2BC. Длины сторон треугольника выражены последовательными натуральными числами. А это возможно лишь тогда, когда AB-BC=1 или AB-BC=2. Из неравенства треугольника следует, что AB-BC=2. Но тогда BC=2, AB=4, AC=3.

Ответ: 2,3,4 см

Критерии оценивания:

7	Решение полное и все логические шаги присутствуют.
5-6	Решение верное, но есть некоторые недочёты (не указано, что разность длин двух сторон треугольника не может быть больше 2).
4	Получены равенства AB=2BC , AB-BC=1 и сделан вывод, что треугольник с такими сторонами не существует.
3	Получены равенства AB=2BC , AB-BC=1
1-2	Доказано равенство треугольников BEO и BCO и сделан вывод, что треугольник CBE- равнобедренный или доказано, что треугольник равнобедренный с ссылкой на признак.
0	Решение отсутствует.