7 класс – 2023

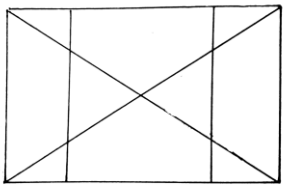
Общие критерии оценивания заданий приведены в таблице:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

При оценивании заданий следует придерживаться указаний, данных в *<u>комментариях</u>* к данной задаче или к данному способу решению задачи.

Нельзя уменьшать количество баллов за то, что решение слишком длинное. Исправления в работе (зачеркивания ранее написанного текста) также не являются основанием для снятия баллов. В то же время любой сколь угодно длинный текст решения, не содержащий полезных продвижений, должен быть оценен в 0 баллов.

7.1. Любая прямая, пересекающая прямоугольник, разделяет его на две части. Могут ли пересекающие прямоугольник четыре прямые разделить его на десять частей?

<u>Ответ</u>: ДА, например:  .

<u>Комментарии</u>. Только верный ответ – <u>0 баллов</u>. Приведён верный пример – <u>7 баллов</u>.

		2			4						3		

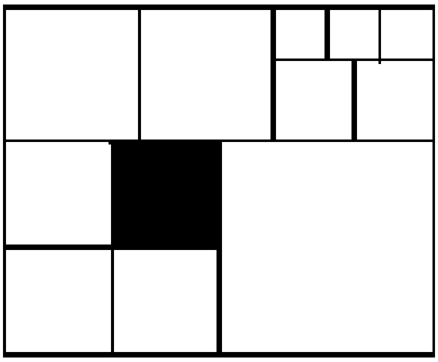
7.2. В строке четырнадцать клеток, в трёх клетках стоят числа (см. рисунок слева). В каждую из одиннадцати свободных клеток нужно записать целое положительное число так, чтобы произведение чисел в любых четырёх подряд идущих клетках было равно 120 . Какое число может быть записано в закрашенную клетку? Укажите все возможные значения этого числа. Ответ обоснуйте.

<u>Ответ</u>: 5.

<u>Решение</u>. Так как произведение чисел в любых четырёх подряд идущих клетках одинаково, то для любых пяти подряд идущих клеток записанные в крайних клетках числа должны быть одинаковы, так что записанные числа повторяются через три клетки на четвёртую. Поэтому во второй, десятой и четырнадцатой клетках однозначно должно быть записано число 4, в седьмой и одиннадцатой клетках однозначно должно быть записано число 2, а в восьмой и четвёртой клетках однозначно должно быть записано число 3 . Тогда в девятой (закрашенной) клетке должно быть записано число $120:(2\cdot4\cdot3) = 5$. Это же число 5 должно быть записано в тринадцатой, пятой и первой клетках. Итого:

5	4	2	3	5	4	2	3	5	4	2	3	5	4

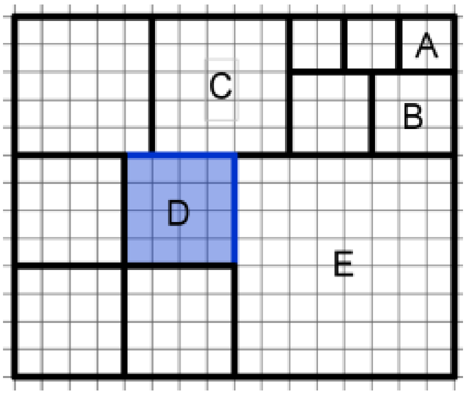
<u>Комментарии</u>. Только верный ответ – <u>0 баллов</u>. Только верный ответ с верным примером – <u>2 балла</u>.



7.3. Прямоугольник на рисунке слева составлен из двенадцати квадратов разного размера. Площадь чёрного квадрата равна 1. Найдите площадь прямоугольника.

Ответ: 13 .

1-е решение. Так как площадь чёрного квадрата равна 1, то его сторона равна 1. Тогда в левом нижнем углу находятся четыре квадрата со стороной 1, а сторона квадрата в правом нижнем углу равна 2 . Значит, длина горизонтальной стороны прямоугольника равна 4 . Пусть сторона квадрата в левом верхнем углу равна x, сторона квадрата в правом верхнем углу равна y, а сторона квадрата под ним равна z . Тогда $2x + 2z = 4$, $x = y + z$, $2z = 3y$. Подставляя x из второго уравнения в первое и заменяя z на $3y/2$, $8y = 4$, $y = 1/2$. Находим $z = 3/4$, $x = 5/4$. Площадь всего прямоугольника равна $4(2 + 5/4) = 13$.



2-е решение. Если сторона наименьшего квадрата A равна 2a, то последовательно находятся стороны остальных квадратов: сторона квадрата B равна 3a, сторона квадрата C равна 5a, сторона квадрата E равна 8a и сторона квадрата D равна 4a и $16a^2 = 1$. Площадь прямоугольника равна $13a \cdot 16a = 13$.

Комментарии. Только верный ответ – 0 баллов. Составлено уравнение для одной из сторон – 1 балл, для двух сторон – 2 балла.

7.4. Найдите все положительные целые числа a, b, c, для которых $a \le b \le c$ и $a \cdot b \cdot c = a + b + c + 7$.

Ответ: (1; 4; 4) или (1; 2; 10).

Решение. Если $a = 1$, то $bc = b + c + 8$, $(b – 1)(c – 1) = 9 = 1 \cdot 9 = 3 \cdot 3$. Отсюда получаем два решения: (1; 2; 10) и (1; 4; 4). Если $a \ge 2$, то $abc \ge 2bc$, $a + b + c + 7 \le 2b + c + 7$. Значит, $2b + c + 7 \ge 2bc$, $c + 7 \ge 2b(c – 1) \ge 4c – 4$, $c < 4$. Для $c = 2$ и $c = 3$ решений нет ((2; 2; 2), (2; 2; 3), (2; 3; 3) и (3; 3; 3) – не подходят).

Комментарии. Только верный ответ – 1 балл.

7.5. Двенадцать шахматистов участвовали в турнире, сыграв каждый с каждым по одной партии. За победу даётся 1 очко, за ничью 0,5 очка, за поражение 0 очков. По окончании турнира стало известно, что все участники набрали разное число очков, а участник, занявший второе место, набрал столько же очков, сколько набрали вместе участники, занявшие места с восьмого по двенадцатое. Как закончилась партия между участниками, занявшими седьмое и девятое места?

Ответ: победой участника, занявшего седьмое место.

Решение. Участники, занявшие места с восьмого по двенадцатое, сыграли между собой 10 партий и набрали в сумме не менее 10 очков. Значит, игрок, занявший второе место, набрал не менее 10 очков. Если он набрал 10, 5 очков, то он выиграл 10 партий и в одной сыграл вничью. Если он сыграл вничью с победителем, то у победителя не более 10,5 очков. Противоречие. Значит, игрок, занявший второе место, набрал ровно 10 очков. В этом случае все игроки, занявшие места с восьмого по двенадцатое, проиграли все свои партии игрокам, занявшим места с первого по седьмое.

Комментарии. Только верный ответ – 0 баллов. Доказано, что второй игрок набрал 10 очков – 3 балла.