

Критерии оценивания, задания и ответы к заданиям МЭ ВсОШ

по математике

2023-2024 учебный год

7 класс

1. Можно ли на плоскости провести 5 различных прямых и отметить на них несколько точек так, чтобы на каждой прямой лежало бы 2 точки и каждая точка принадлежала бы ровно двум прямым?

Решение

Можно. Например, провести прямые, содержащие стороны выпуклого пятиугольника.

Критерий оценивания

Приведен верный пример (в виде рисунка или (и) в виде описания) – 7 баллов.

Только верный ответ – 0 баллов.

2. Из пунктов А и В одновременно выехали велосипедист и мотоциклист соответственно. Через 30 минут велосипедист оказался ровно посередине между А и мотоциклистом. Еще через 5 минут они встретились. Сколько времени велосипедист будет ехать из А в В?

Решение

Расстояние между велосипедистом и мотоциклистом через 30 минут после начала движения равно расстоянию, которое велосипедист проезжает за 30 минут. А поскольку это расстояние велосипедистом и мотоциклистом было преодолено при сближении за 5 минут, то расстояние, которое мотоциклист проезжает за 5 минут, велосипедист проезжает за 25 минут, то есть скорость мотоциклиста в 5 раз больше скорости велосипедиста.

Расстояние, которое мотоциклист проехал за 30 минут, велосипедист будет ехать 2,5 часа. Велосипедисту потребуется 3,5 часа, чтобы доехать из А в В.

Критерий оценивания

Получение обоснованного вывода о том, что скорость мотоциклиста в 5 раз больше скорости велосипедиста или аналогичного утверждения, оценивается в 5 баллов. Полностью верно и обоснованно решенная задача оценивается в 7 баллов.

3. В ряд выписано 25 чисел: 1 или -1 . Сумма любых четырех подряд идущих чисел отрицательна. Какова наибольшая сумма всех чисел?

Решение

Наибольшая отрицательная сумма четырех чисел, среди которых только 1 или -1 равна -2 . Для этого среди любых четырех подряд идущих чисел обязательно должно быть три числа « -1 » и одно число « 1 ». Чтобы сумма всех 25-ти чисел была наибольшей, нужно иметь среди них как можно больше единиц.

Наибольшая возможная отрицательная сумма четырех чисел, среди которых только 1 или -1 равна -2 , например: $-1 - 1 - 1 + 1$. Тогда сумма 24 подряд идущих чисел не превзойдет -12 . Тогда сумма всех 25 чисел не превзойдет -11 . Покажем, что -11 может получиться: $1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1, -1, -1, -1, 1$.

Критерий оценивания

Только ответ – 0 баллов.

Верный ответ и верный пример числового ряда без оценки – 3 балла.

Получена верная оценка без примера – 4 балла

4. Найти все возможные целые значения m , при которых оба числа $\frac{m-5}{15}$ и $\frac{m-6}{24}$ являются целыми.

Решение

Пусть требование задачи выполнено и существует такое m , при котором обе дроби являются целыми. Тогда из данных дробей получаем, что $m = 15k + 5$ и $m = 24t + 6, k, t \in Z$. Из этих записей следует, что m делится нацело на 5 и 6. НОД(5;6)=1, значит m делится на 30 и, следовательно нацело делится на 15, а это противоречит тому, что остаток от деления m на 15 равен 5. Значит таких m не существует.

Критерий оценивания

Попытка решить задачу перебором оценивается в 0 баллов.

Доказано, что m делится на 5 (или на 6) – 1 балл.

Доказано, что m делится и на 5, и на 6 – 3 балла.

Проведено верное рассуждение, но не указано, что 5 и 6 взаимно простые числа – 6 баллов.

5. Туристам срочно нужно перебраться с одного берега реки на другой в темное время суток. По подвесному мосту одновременно могут пройти только два человека, причем со скоростью того, кто перемещается медленнее. Маша может пройти мост за 2 минуты, Коля – за 4 минуты, Петя - за 10 минут, Оля – за 16 минут. По мосту можно пройти только с фонариком. Оказалось, что у туристов работает только один фонарик. Определите минимальное время за которое туристы смогут перебраться на другой берег реки.

Решение

Стратегия заключается в том, что нужно оптимизировать передвижение «медленных» туристов, отправив их вместе, таким образом, время «медленных» будет учитываться только один раз (время самой медленной – Оли). «Быстрые» туристы каждый раз обеспечивают перемещение фонарика, поэтому первая идущая пара – «быстрые».

Пример возможной реализации стратегии: первыми идут Маша и Коля, затем Маша возвращается. Потрачено 6 минут. Далее – Петя и Оля, Коля возвращается. Потрачено 20 минут. Последними идут Маша и Коля. Потрачено 4 минуты. Затраченное время – 30 минут.

Критерий оценивания

Выбор стратегии, что всех переводит через мост самый быстрый – 0 баллов.

Обоснован выбор стратегии (быстрый с быстрым, медленный с медленным, и кто идет первым), дан пример реализации и правильно посчитано время – 7 баллов.

Допущена арифметическая ошибка при правильном рассуждении – 6 баллов.

Задача решена **полным** перебором возможных случаев (24 варианта) и найден правильный ответ – 7 баллов.