

**Критерии и ключи проверки муниципального этапа  
всероссийской олимпиады школьников в Республике Карелия  
в 2023–2024 учебном году  
по математике  
7 класс**

**№1 (7 баллов).** Поезд «Ласточка» сообщением Петрозаводск – Санкт-Петербург отбывает в 06:32; скорый поезд сообщением Санкт-Петербург – Мурманск отбывает в 10:10. Поезда идут навстречу друг другу со скоростями 108 км в час и 126 км в час. Пассажир, сидящий в «Ласточке», заметил, что другой поезд шел мимо него в течение 2 секунд. Какова длина скорого поезда?

*Ответ.* 130 м.

*Решение.* Скорость перемещения пассажира, находящегося в одном из поездов, относительно движущегося другого поезда будет равна  $108 + 126 =$

$$234 \text{ км/час, или } \frac{234000}{3600} \text{ м/с} = 65 \text{ м/с}.$$

Следовательно, длина поезда равна  $65 \cdot 2 = 130 \text{ м}$ .

*Критерии:*

- Приведен только верный ответ или ответ, сопровождаемый неверными рассуждениями – 0 баллов.
- Верно определена скорость пассажира одного из поездов относительно другого поезда – 2 балла.
- Полное решение – 7 баллов.

**№2 (7 баллов).** На съемочной площадке установлено три софита. Поэтому каждый предмет, в том числе каждый актер, отбрасывает три тени. Во время массовой сцены на площадке присутствовали все актеры, задействованные в фильме, и оказалось, что на каждого актёра, кроме главного

героя фильма, падает ровно одна тень от другого актёра. Остальные тени, в том числе тени главного героя, падали на центральную часть площадки. На главного героя ни одна тень не падала. Общее число теней, падающих на центральную часть площадки, равнялось 127. Сколько актёров задействовано в фильме?

*Ответ.* 63.

*Решение.*  $127 - 3 = 124$  теней – число теней, падающих на центральную часть площадки, без учета теней главного героя. Если не учитывать тени, падающие на актёров, то можно считать, что каждый актёр в среднем отбрасывал ровно две тени. Следовательно, число актёров, без главного героя, равно  $124 : 2 = 62$ . Всего актёров задействовано в фильме  $62 + 1 = 63$ .

*Критерии:*

- Приведен только верный ответ – 0 балла.
- Полное решение – 7 баллов.

**№3 (7 баллов).** Треугольник разрезали прямолинейным разрезом на две (не обязательно треугольные) части, затем одну из этих частей – опять на две части, и так далее: на каждом шаге выбирали любую из уже имеющихся частей и разрезали её (по прямой) на две. Через несколько шагов оказалось, что исходный треугольник распался на несколько фигур. Какое наименьшее число разрезов достаточно сделать, чтобы общее количество углов всех полученных фигур стало равным 2023?

*Ответ.* 505.

*Решение.* При разрезании выпуклого многоугольника прямым разрезом получаются два многоугольника.

Если разрез проходит через две вершины многоугольника (кроме треугольника), то общее количество углов в образовавшихся многоугольниках по сравнению с первоначальным увеличивается на 2.

Если разрез проходит через две стороны многоугольника, то общее количество углов в образовавшихся многоугольниках по сравнению с первоначальным увеличивается на 4.

Если разрез проходит через вершину и сторону многоугольника, то общее количество углов в образовавшихся многоугольниках по сравнению с первоначальным увеличивается на 3.

Таким образом, суммарное количество углов в образовавшихся многоугольниках превышает количество углов первоначального многоугольника не более, чем на 4.

Поскольку  $2023 = 3 + 505 \cdot 4$ , то достаточно 505 разрезов (а меньшего количества разрезов не хватило бы). Пример для 505 разрезов: достаточно каждый раз разрезать треугольник на треугольник и четырехугольник.

Критерии:

- Приведен только верный ответ – 0 баллов.
- Исследовано изменение суммарного количества углов при разрезании – 4 балла.
- Доказана оценка, что достаточно 505 разрезов – 6 балла.
- Полное решение: оценка + пример – 7 баллов.

**№4 (7 баллов).** Расшифруйте ребус. Напомним, разные буквы заменяют разные цифры.

$$\begin{array}{r} \text{ДВА} \\ \times \text{ДВА} \\ \hline \text{****} \\ + \text{****В} \\ \hline \text{Е****} \\ \hline \text{ЧЕТЫРЕ} \end{array}$$

*Ответ.*  $A = 9, B = 5, Д = 4, E = 1, P = 8, T = 0, Ч = 2, Ы = 6.$

*Решение.* 1) Заметим, что произведение  $A \cdot A$  заканчивается буквой  $E$ .  
Значит,  $A \neq 0, A \neq 1, A \neq 5, A \neq 6.$

2) Произведение  $ДВА \cdot В = ***В$ . Следовательно,  $В \neq 0$  и  $A \cdot В = 10 \cdot k + В$ , где  $k$  — целое неотрицательное число. Таким образом,  $A \cdot В - В = В \cdot (A - 1) = 10 \cdot k$ , т.е. делится на 10. Один из множителей,  $В$  или  $(A - 1)$ , должен быть кратен 5.

Так как  $A \neq 1, A \neq 6$ , то  $В = 5$ .

Число  $(A - 1)$  должно быть четным, откуда  $A = 3, A = 7$  или  $A = 9$ .

3) Если  $A = 3$  или  $A = 7$ , то  $E = 9$ . Приходим к противоречию с тем, что  $Ч = E + 1$ . Значит,  $A = 9, E = 1, Ч = 2$ .

Заменим в ребусе расшифрованные буквы цифрами. Получим:

$$\begin{array}{r} \text{Д} 5 9 \\ \times \\ \hline \text{Д} 5 9 \\ * * * 1 \\ + * * * 5 \\ \hline 1 * * * \\ \hline 2 1 \text{Т} \text{Ы} \text{Р} 1 \end{array}$$

4) Так как  $359^2 < 200000, 559^2 > 300000$ , то единственный возможный случай  $Д = 4$ . Осталось проверить, что при  $Д = 4$  мы не придем к противоречию. Имеем:

$$\begin{array}{r} 4 5 9 \\ \times \\ \hline 4 5 9 \\ 4 1 3 1 \\ + 2 2 9 5 \\ \hline 1 8 3 6 \\ \hline 2 1 0 6 8 1 \end{array}$$

Таким образом,

$A = 9, B = 5, Д = 4, E = 1, P = 8, T = 0, Ч = 2, Ы = 6.$

*Критерии:*

- Получение вывода о том, что  $A = 3$ ,  $A = 7$  или  $A = 9$  – до 3 баллов.
- Приведен верный ответ без обоснований – 5 баллов.
- Полное решение – 7 баллов.

**Максимальный балл за все выполненные задания — 28.**