

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ 7 КЛАССА

Задача 1. Игорь придумал шифр, в котором каждая буква шифруется двузначным или трехзначным числом. Оказалось, что слово ОКО шифруется числом 111111, а слово ЛОВ — числом 11211121. Каким числом может шифроваться слово ВОЛК? Перечислите все возможности и объясните, почему других возможностей нет.

Ответ. 12111112111. **Решение.** Так как слово ОКО шифруется числом 111111, буква О шифруется либо числом 111, либо числом 11. Но шифр 111 невозможен, так как тогда получается, что буква К шифруется однозначным числом 1. Значит, О шифруется как 11, а К — как 111. Следовательно, в шифре слова ЛОВ шифр буквы О — это две из трех средних единиц. Очевидно, это две первые из них — иначе шифр у буквы Л будет четырехзначным. Значит, буква Л шифруется числом 112, а буква В — числом 121. Теперь, зная шифры всех букв слова ВОЛК, мы получаем ответ.

• За ответ без всякого объяснения — 0 баллов. За верное указание шифра каждой из букв О, К, Л, В — по 1 баллу, из оставшихся 3 баллов оценивается объяснение, почему шифры именно такие.

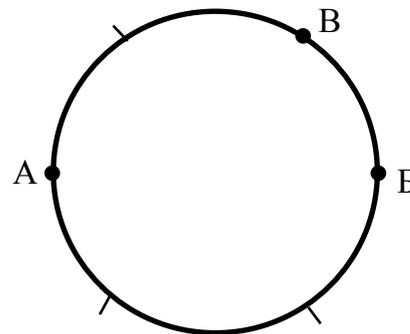
Задача 2. Найдите какое-нибудь девятизначное число, делящееся на 13, все цифры которого различны.

Ответ. Например, 396578104.

♦ Чтобы найти искомое число, выпишем несколько первых чисел, делящихся на 13: 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, выберем из них несколько таким образом, чтобы в их записи встречались по разу 9 различных цифр и запишем их подряд. Это можно сделать многими разными способами, один из которых представлен в ответе.

• За любой верный пример — 7 баллов, проверка и объяснение не обязательны. За идею записывать подряд числа, делящиеся на 13, при отсутствии верного примера — 2 балла.

Задача 3. На кольцевой дороге есть три бензоколонки: А, Б и В. Если ехать по часовой стрелке, расстояние от А до Б будет таким же, как от Б до А, а расстояние от А до В — вдвое меньше, чем от В до А. В каком



направлении (по часовой стрелке или против часовой стрелки) и во сколько раз расстояние по дороге от Б до В короче, чем от В до Б? Объясните, как вы получили ответ, нарисуйте чертеж.

Ответ. Против часовой стрелки в пять раз короче. **Решение.** Поделим дорогу на шесть равных частей, начиная с бензоколонки А. Тогда между А и Б в обоих направлениях будет по три части, а между А и В по часовой стрелке — две части, а против часовой — четыре (см. рисунок). Поэтому между Б и В против часовой стрелки — одна часть, а по часовой — пять частей, откуда и вытекает ответ.

• За ответ без чертежа и объяснения — 0 баллов. Нарисован верный чертеж, дан верный ответ, разумного продвижения в пояснениях нет — 4 балла.

Задача 4. Есть два автомата. Один — Прибавитель — за рубль к введенному в него числу прибавляет некоторое число (всегда одно и то же) и выдает результат. Другой — Умножитель — за рубль любое введенное в него число умножает на некоторое число, не равное 1 (всегда одно и то же, не обязательно такое же, как у Прибавителя) и выдает результат. При этом какой автомат Прибавитель, а какой — Умножитель, заранее неизвестно. За какую наименьшую сумму можно с гарантией выяснить, какой автомат — Прибавитель, а какой — Умножитель?

Ответ. За 2 рубля. **Решение.** Выберем один из автоматов и введем в него нуль. Если в ответ получим не нуль, то этот автомат — Прибавитель. Если в ответ получим нуль, то автомат может быть Прибавителем нуля или Умножителем. Тогда введем в него единицу. Прибавитель нуля выдаст в ответ единицу, а умножитель — число, отличное от единицы, так как множитель 1 запрещен условием задачи. Таким образом, мы можем распознать автоматы за два рубля.

Покажем, что одного рубля может не хватить. Пусть мы на свой единственный рубль хотим ввести в автомат число a . Тогда если автоматы окажутся Умножителем на нуль и Прибавителем числа $-a$, которые дают с числом a одинаковый результат 0, мы ничего не узнаем.

• За ответ без обоснования — 0 баллов, пример на 2 рубля оценивается из 3 баллов, доказательство, что одного рубля не хватит — из 4 баллов, баллы за две части решения складываются.

Задача 5. Шнур длиной 3 м состоит из нескольких зеленых и нескольких красных участков. Зеленый участок горит со скоростью 3 см/сек, а красный — со скоростью 2 см/сек. Когда шнур подожгли одновременно с двух концов, он сгорел за 59 секунд. Какова суммарная длина красных участков шнура?

Ответ. 108 см. **Решение.** Очевидно, если шнур поджечь с одного конца, он будет гореть вдвое дольше, чем подожженный с двух концов, то есть 118 секунд. Пусть общая длина красных участков — x см. Тогда общая длина зеленых — $300-x$ см, и веревка, подожженная с одного конца, будет гореть $x/2+(300-x)/3$ сек. Решая уравнение $x/2+(300-x)/3 = 118$, находим $x = 108$.

• За ответ без объяснения — 0 баллов. Замечено, что шнур, подожженный с одного конца, горит 118 секунд, дальнейшего содержательного продвижения нет — 2 балла. Уравнение верно составлено, но неверно решено — 4 балла.