

**Второй (муниципальный) тур всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2023-2024 учебном году**

7 класс

1. Трое мужчин пришли к парикмахеру. Побрив первого, тот сказал: «Посмотри сколько денег в ящике стола, положи столько же и возьми 2 рубля сдачи». Тоже он сказал второму и третьему. Когда они ушли, оказалось, что в ящике денег нет. Сколько было денег в ящике первоначально, если всем удалось совершить задуманное?

Решение. После того, как третий положил свои деньги, в столе оказалось 2 рубля. Это означает, что перед тем, как он это сделал, в столе был 1 рубль. Значит, после того, как второй положил деньги, в столе было 3 рубля, а перед тем, как он это сделал, в столе было 1,5 рубля. Рассуждая аналогично для первого, получаем, что перед приходом первого в столе был $(1,5+2):2=1,75$ рублей.

Ответ. 1,75 рублей.

2. В компании из 7 детей для каждого мальчика найдутся не менее трёх других мальчиков, которые родились в одном месяце. Докажите, что все 7 мальчиков родились в одном месяце.

Решение. Рассмотрим мальчика № 1. Тогда найдутся мальчики (пусть это № 2, № 3, № 4), которые родились с ним в одном месяце. Далее для каждого из мальчиков № 5, № 6, № 7 среди № 1 - № 4 найдётся хотя бы один мальчик, который родился с ним в одном месяце. Значит, все они родились в одном месяце.

3. Пловец, плывший по реке против течения, потерял под мостом флягу, но заметил это только через 3 минуты. Он сразу поплыл назад и догнал флягу в 150 м от моста. Какова скорость течения на этом участке реки?

Решение. Пловец удалялся от фляги только за счет своих гребных усилий (скорость течения реки одинаково накладывалась на скорость пловца и

скорость фляги), поэтому он плыл в сторону фляги, как и удалялся от нее, 3 минуты. За эти 6 минут фляга уплыла от моста на 150 м, а так как удалялась от моста она со скоростью течения реки, то скорость течения реки вблизи моста составляет $\frac{150}{6} = 25\left(\frac{\text{м}}{\text{мин}}\right)$.

Ответ. 25м/мин.

4. За весну Обломов сбавил в весе 25%, за лето прибавил 20%, за осень опять сбавил 10%, а за зиму прибавил 20%. Похудел он или поправился за год?

Решение. Пусть m_0 – вес (точнее, масса) Обломова в начале весны, m_1 – его вес в самом конце весны (и самом начале лета), m_2 – вес Обломова в конце лета – начале осени, m_3 – в конце осени – начале зимы, m_4 – в конце зимы.

Согласно условиям

$$m_1 = \frac{100\% - 25\%}{100\%} m_0 = \frac{75}{100} m_0 = \frac{3}{4} m_0,$$

$$m_2 = \frac{100\% + 20\%}{100\%} m_1 = \frac{120}{100} m_1 = \frac{6}{5} m_1,$$

$$m_3 = \frac{100\% - 10\%}{100\%} m_2 = \frac{90}{100} m_2 = \frac{9}{10} m_2,$$

$$m_4 = \frac{100\% + 20\%}{100\%} m_3 = \frac{120}{100} m_3 = \frac{6}{5} m_3.$$

Соединяя эти условия, получим

$$m_4 = \frac{6}{5} m_3 = \frac{6}{5} \cdot \frac{9}{10} m_2 = \frac{6}{5} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{5} m_1 = \frac{6}{5} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{3}{4} m_0 = \frac{243}{250} m_0 < m_0.$$

Ответ. По результатам года Обломов сбавил в весе.

5. Прямоугольник площадью 100 см^2 разделен на 9 меньших прямоугольников, как показано на рисунке. Чему равна площадь прямоугольника E, если площадь A равна 4 см^2 , площадь B равна 14 см^2 , площадь C равна 3 см^2 , а площадь D – 6 см^2 ?

		C
E	A	D
	B	

Решение. Пусть x – ширина, а y – высота прямоугольника A. Тогда $xy=4$. Поскольку ширина прямоугольника B равна x , а площадь – 14 , его высота равна $3,5y$. Аналогично получаем, что ширина прямоугольника D равна $1,5x$. Наконец, так как ширина C равна $1,5x$, а площадь – 6 , его высота равна $0,5y$. Таким образом, высота «большого» прямоугольника равна $5y$. Пусть X – ширина прямоугольника E. Тогда ширина «большого» прямоугольника равна $X + 2,5x$, а его площадь – $(X + 2,5x) \times 5y = 100$, откуда получается, что $5Xy + 12,5xy = 100$, $Xy + 2,5xy = 20$. Так как $xy = 4$, то площадь E равна $Xy = 20 - 2,5 \times 4 = 10 \text{ (см}^2\text{)}$.

Ответ. 10 см^2 .