Муниципальный этап 7 класс
Всероссийской олимпиады школьников по математике
2023 - 2024 учебный год

Критерии оценивания выполнения олимпиадных заданий по математике в 7 классе

Решение каждого задания оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Общая оценка за весь этап получается суммированием баллов по каждому из заданий. Максимальное количество баллов за муниципальный этап – 35. Альтернативные способы решения задачи, не учтенные составителями задач в рекомендациях, при условии их правильности и корректности также оцениваются в полной мере. Ниже представлена общая схема оценивания решений.

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Выставление премиальных баллов (оценка за задание более 7 баллов) на муниципальном этапе не допускается.

Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценить степень ее правильности и полноты.

Олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении.

Баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи.

Победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов.

1. В королевстве Арадон 315 селений. Король Арадона приказал проложить между селениями дороги так, чтобы из каждого выходило ровно 5 дорог. Смогут ли подданные короля выполнить его приказ?

Решение.

Подсчитаем количество дорог, которое необходимо проложить в королевстве. Из каждого селения должно выходить 5 дорог. Всего селений 315, то есть всего должно выходить 315·5 дорог. Но при этом каждую дорогу мы посчитали дважды, то есть на самом деле в королевстве должно быть проложено $\frac{315 \cdot 5}{2}$ дорог, чего сделать, очевидно, не удастся.

Ответ: не смогут.

2. По законам королевства Арадон в хозяйстве каждой семьи может содержаться не более трех животных. В хозяйстве семьи Арад были корова породы Швиц, лошадь и козочка Дона. Для содержания животных в холодное время года семья заготовила сено. Сын хозяина Дар подсчитал и сказал отцу, что этого сена хватит, чтобы кормить козочку и лошадь один месяц, или козочку и корову $\frac{3}{4}$ месяца, или же корову и лошадь $\frac{1}{3}$ месяца. Объясните, почему отец сказал, что сын плохо учится в школе.

Решение.

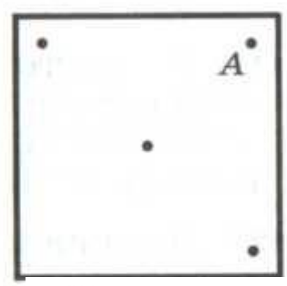
Пусть корова поедает в месяц x стогов, лошадь – y, козочка – z. Сын считает, что $\frac{1}{y+z} = 1$, $\frac{1}{z+x} = \frac{3}{4}$, $\frac{1}{x+y} = \frac{1}{3}$.

Но тогда $y + z = 1$, $z + x = \frac{4}{3}$, $x + y = 3$.

Поскольку $1 + \frac{4}{3} < 3$, то выходит $(y + z) + (z + x) < x + y$, отсюда $z < 0$, что невозможно.

Ответ: сын сделал неверные вычисления, данная ситуация невозможна.

3. На день рождения дочери семьи Арад - Рады испекли торт квадратной формы. В трех углах и в самом центре торта красовались сочные ягодки. Рада захотела двумя прямолинейными разрезами разделить торт на 4 части – каждая с ягодкой – так, чтобы ей достался кусок с ягодкой А, и этот кусок составлял ровно $\frac{1}{5}$ часть торта.



Как Рада может разрезать такой торт?

Решение 1.

Можно провести разрезы так, как показано на рисунке 1, в произведении $\frac{7}{15} \cdot \frac{3}{7} = \frac{1}{5}$ каждый из сомножителей меньше $\frac{1}{2}$.

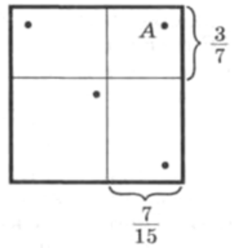


рисунок 1

Решение 2.

Разобьем торт на 25 равных квадратов и проведем разрезы так, как показано на рис.2. Очевидно, что кусок, содержащий ягодку А, - это фигура, по площади равна 5 клеткам, то есть составляет $\frac{1}{5}$ часть торта.

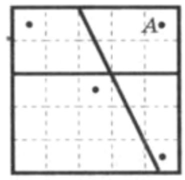


рисунок 2

4. Рада и Дар играют в такую игру: они стирают буквы из фразы МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА. За один ход разрешается стереть или ровно одну букву, или все одинаковые буквы. Выигрывает тот, кто сотрет последнюю букву. Рада ходит первая. Сможет ли Дар выиграть при любой игре сестры.

Решение.

Допустим, что Рада первым ходом стирает все буквы «А». Расположим оставшиеся буквы в виде таблицы

М	М	Т	Т	И	С	К
Ч	Ч	Е	Е	Я	З	Д,

Тогда на каждый ход брата она сможет отвечать так, чтобы в этой таблице не оставалось ни одного неполного (состоящего из одной нестертой буквы) столбца. Ясно, что Дар проиграет.

Ответ: нет.

5. В королевстве Арадон жители любили смотреть фильм «Бриллиантовая рука» и с удовольствием танцевали под песню «Остров Невезения». И Король Арадона приказал отменить понедельники в своем королевстве. В прошлом году ровно 8 четвергов в королевстве Арадон пришлось на наши четверги. Сколько таких четвергов будет в будущем году?

Решение.

Наименьшим числом, кратным 7 (числу дней в "нашей "неделе), и 6 (числу дней в неделе королевства Арадон), является 42. Поэтому «двойные» (те, о которых идет речь в условии задачи) четверги бывают один раз в 42 дня. Каждый календарный год содержит 8 полных 42-дневных промежутков и ещё 29 или 30 дней (поскольку $365 = 8 \cdot 42 + 29$, $366 = 8 \cdot 42 + 30$). Следовательно, число «двойных» четвергов в году равно 8 или 9.

Три подряд идущих года – это 1095 или 1096 дней, то есть 26 полных 42-дневных промежутков плюс 3 или 4 дня ($1095 = 26 \cdot 42 + 3$, $1096 = 26 \cdot 42+ +4$); число «двойных» четвергов, приходящихся на такой период времени, может равняться 26 или 27. Отсюда получаем, что если на первый из трех подряд идущих лет («прошлый») пришлось 8 совпадений четвергов, то на второй («нынешний») и третий («будущий») в сумме должно прийтись не менее 18 «двойных» четвергов. А поскольку «двойные» четверги бывают не чаще, чем 9 раз в год, то на второй и третий годы придется по 9 таких четвергов.

Ответ: 9.