

## 7 класс

1. После футбольного матча тренер построил команду в шеренгу, как показано на рисунке, и командовал: «В раздевалку бегут те, у кого номер меньше, чем у любого из соседей». После того, как несколько человек убежало, он повторил свою команду. Тренер продолжал до тех пор, пока не остался один игрок. Какой номер у Игоря, если известно, что после того как он убежал, в шеренге осталось 3 человека? (После каждой команды убежали один или несколько игроков, после чего шеренга смыкалась, и пустых мест между оставшимися игроками не оставалось.)



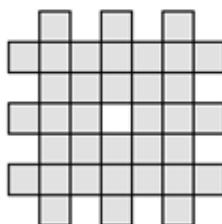
**Решение.** Ясно, что после первой команды останутся игроки 9, 11, 10, 6, 8, 5, 4, 1. После второй команды останутся игроки 11, 10, 8, 5, 4. После третьей - 11, 10, 8, 5. После четвёртой - 11, 10, 8. Значит, у Игоря был номер 5. **Ответ:** номер 5.

**Комментарий.** Только верный ответ – 1 балл.

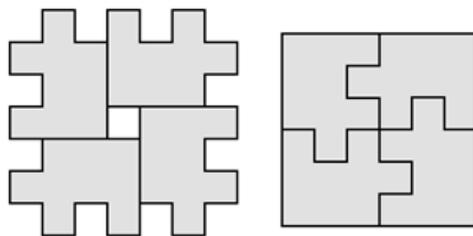
2. У Пети в двух карманах было по одинаковому количеству монет. Он высыпал все эти монеты на стол и подсчитал, что орлов выпало на 7 больше, чем решек. Докажите, что он ошибся.

**Решение.** Пусть в каждом кармане было по  $k$  монет, а орлов выпало  $x$ , тогда решек выпало  $2k - x$ . Их разность:  $x - (2k - x) = 2(x - k)$  – чётное число и не может равняться 7.

3. Ступенчатую фигуру с квадратным отверстием в центре разрежьте на четыре части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.



**Решение.** Если в ступенчатой фигуре сделать четыре прямолинейных разреза так, как показано на рисунке слева, то из полученных при этом четырёх частей можно сложить квадрат  $6 \times 6$  (рисунок справа).



4. Вася получил за год несколько оценок по математике, всего их было меньше 100. Ровно треть из них - тройки, ровно четверть - четвёрки, ровно пятая часть - пятёрки. А сколько Вася получил двоек? В задаче предполагается, что возможные оценки - это 5, 4, 3 и 2.

**Решение.** Количество пятёрок, четвёрок и троек - целое число, поэтому общее число оценок делится на 5, 4 и 3. Значит, общее число оценок делится на наименьшее общее кратное этих чисел, то есть на 60. Единственное натуральное число, которое делится на 60 и меньше 100 - это само число 60. Значит, общее число оценок равно 60, пятёрок было 12, четвёрок 15, троек 20, а двоек тогда  $60 - 12 - 15 - 20 = 13$ . **Ответ:** 13 двоек.

**Комментарий.** Только верный ответ – 1 балл.

5. В шеренге стоят 2023 человека, и одного из них зовут Миша. Каждый из стоящих в шеренге либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый, кроме Миши, сказал: «Между мной и Мишей стоят ровно два лжеца». Сколько лжецов может быть в этой шеренге, если известно, что Миша – рыцарь?

**Решение.** Те, кто стоит рядом с Мишей, и те, кто стоит через одного человека от него, заведомо врут. Поэтому тот, между кем и Мишей стоят ровно два человека, - рыцарь. Перебирая по очереди каждого стоящего за этим рыцарем, (удаляясь от Миши), убеждаемся, что все они - также рыцари. Заметим теперь, что количество людей, стоящих в шеренге рядом с Мишей или через одного человека от него, может быть различным. Их может быть:

- 1) двое, если Миша - крайний в шеренге;
- 2) трое, если Миша - второй с краю;
- 3) четверо во всех остальных случаях.

**Ответ:** 2, 3 или 4.