

7 класс

1. После футбольного матча тренер построил команду в шеренгу, как показано на рисунке, и командовал: «В раздевалку бегут те, у кого номер меньше, чем у любого из соседей». После того, как несколько человек убежало, он повторил свою команду. Тренер продолжал до тех пор, пока не остался один игрок. Какой номер у Игоря, если известно, что после того как он убежал, в шеренге осталось 3 человека? (После каждой команды убегали один или несколько игроков, после чего шеренга смыкалась, и пустых мест между оставшимися игроками не оставалось.)



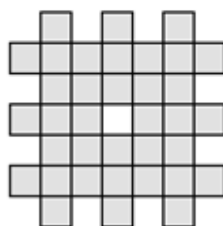
Решение. Ясно, что после первой команды останутся игроки 9, 11, 10, 6, 8, 5, 4, 1. После второй команды останутся игроки 11, 10, 8, 5, 4. После третьей - 11, 10, 8, 5. После четвёртой - 11, 10, 8. Значит, у Игоря был номер 5. **Ответ:** номер 5.

Комментарий. Только верный ответ – 1 балл.

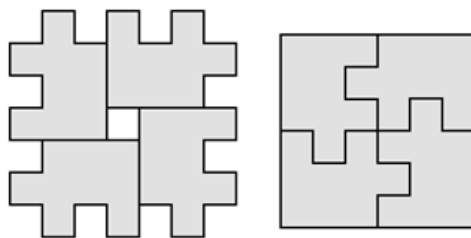
2. У Пети в двух карманах было по одинаковому количеству монет. Он высыпал все эти монеты на стол и подсчитал, что орлов выпало на 7 больше, чем решек. Докажите, что он ошибся.

Решение. Пусть в каждом кармане было по k монет, а орлов выпало x , тогда решек выпало $2k - x$. Их разность: $x - (2k - x) = 2(x - k)$ – чётное число и не может равняться 7.

3. Ступенчатую фигуру с квадратным отверстием в центре разрежьте на четыре части так, чтобы из них можно было сложить квадрат.



Решение. Если в ступенчатой фигуре сделать четыре прямолинейных разреза так, как показано на рисунке слева, то из полученных при этом четырёх частей можно сложить квадрат 6×6 (рисунок справа).



4. Вася получил за год несколько оценок по математике, всего их было меньше 100. Ровно треть из них - тройки, ровно четверть - четвёрки, ровно пятая часть - пятёрки. А сколько Вася получил двоек? В задаче предполагается, что возможные оценки - это 5, 4, 3 и 2.

Решение. Количество пятёрок, четвёрок и троек - целое число, поэтому общее число оценок делится на 5, 4 и 3. Значит, общее число оценок делится на наименьшее общее кратное этих чисел, то есть на 60. Единственное натуральное число, которое делится на 60 и меньше 100 - это само число 60. Значит, общее число оценок равно 60, пятёрок было 12, четвёрок 15, троек 20, а двоек тогда $60 - 12 - 15 - 20 = 13$. **Ответ:** 13 двоек.

Комментарий. Только верный ответ – 1 балл.

5. В шеренге стоят 2023 человека, и одного из них зовут Миша. Каждый из стоящих в шеренге либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжёт. Каждый, кроме Миши, сказал: «Между мной и Мишей стоят ровно два лжеца». Сколько лжецов может быть в этой шеренге, если известно, что Миша – рыцарь?

Решение. Те, кто стоит рядом с Мишей, и те, кто стоит через одного человека от него, заведомо врут. Поэтому тот, между кем и Мишей стоят ровно два человека, - рыцарь. Перебирая по очереди каждого стоящего за этим рыцарем, (удаляясь от Миши), убеждаемся, что все они - также рыцари. Заметим теперь, что количество людей, стоящих в шеренге рядом с Мишей или через одного человека от него, может быть различным. Их может быть:

- 1) двое, если Миша - крайний в шеренге;
- 2) трое, если Миша - второй с краю;
- 3) четверо во всех остальных случаях.

Ответ: 2, 3 или 4.