Ключи к заданиям муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников 2023/24 учебного года по математике

Тула 2023

Список использованной литературы

Журналы:

«Квант», «Квантик», «Математика в школе», «Математика для школьников».

Книги и методические пособия:

1. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Муниципальные олимпиады Московской области по математике. – М.: МЦНМО, 2019. – 400 с.
2. Агаханов Н. Х., Богданов И. И., Кожевников П. А., Подлипский О. К., Терешин Д. А. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 1. – М.: Просвещение, 2008.
3. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 2. – М.: Просвещение, 2009.
4. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математика. Районные олимпиады. 6–11 классы. – М.: Просвещение, 2010.
5. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К., Рубанов И. С. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 3. – М.: Просвещение, 2011.
6. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К., Рубанов И. С. Математика. Всероссийские олимпиады. Выпуск 4. – М.: Просвещение, 2013.
7. Адельшин А. В., Кукина Е. Г., Латыпов И. А. и др. Математическая олимпиада им. Г. П. Кукина. Омск, 2007–2009. – М.: МЦНМО, 2011.

8. Андреева А. Н., Барабанов А. И., Чернявский И. Я. Саратовские математические олимпиады. 1950/51–1994/95 (2-е издание, исправленное и дополненное). – М.: МЦНМО, 2013.

9. Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. – М.: Наука, 1975.

10. Блинков А. Д. (сост.). Московские математические регаты. Часть 2. 2006-2013. – М.: МЦНМО, 2014.

11. Блинков А. Д., Горская Е. С., Гуровиц В. М. (сост.). Московские математические регаты. Часть 1. 1998–2006. – М.: МЦНМО, 2014.

12. Генкин С. А., Итенберг И. В., Фомин Д. В. Ленинградские математические кружки. – Киров: Аса, 1994.

13. Горбачев Н. В. Сборник олимпиадных задач по математике (3-е издание, стереотипное). – М.: МЦНМО, 2013.

14. Гордин Р. К. Геометрия. Планиметрия. 7-9 классы (5-е издание, стереотипное). – М., МЦНМО, 2012.

15. Гордин Р. К. Это должен знать каждый матшкольник (6-е издание, стереотипное). – М., МЦНМО, 2011.

16. Канель-Белов А. Я., Ковальджи А. К. Как решают нестандартные задачи (8-е, стереотипное). – М., МЦНМО, 2014.

17. Кноп К. А. Взвешивания и алгоритмы: от головоломок к задачам (3-е, стереотипное). – М., МЦНМО, 2014.

18. Козлова Е. Г. Сказки и подсказки (задачи для математического кружка) (7-е издание, стереотипное) – М., МЦНМО, 2013.

19. Кордемский Б. А. Математическая смекалка. – М., ГИФМЛ, 1958 – 576 с.

20. Раскина И. В, Шноль Д. Э. Логические задачи. – М.: МЦНМО, 2014.

Интернет-ресурс:

http://www.problems.ru/

Методические рекомендации для жюри муниципального этапа олимпиады по оцениванию работ участников

Общие критерии оценок приводятся в следующей достаточно условной таблице. К некоторым задачам имеются дополнительные комментарии к оцениванию.

Оценка	*Правильность (ошибочность) решения*
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи, или в задаче типа «оценка + пример» верно построен пример.
1 – 2	Решения нет, но есть некоторые продвижения, которые являются частью решения.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении). Дан ответ к задаче без обоснования, если этот ответ не подсказан условием, не является очевидным и может задать направление поиска решения.
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют
0	Решение отсутствует.

а) любое правильное решение оценивается в 7 баллов. Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценивается степень ее правильности и полноты;

б) олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении;

в) баллы не выставляются «за старание Участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, но не содержащего продвижений в решении задачи;

г) победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов, поэтому не следует в обязательном порядке «разводить по местам» лучших участников олимпиады.

Условия и решения задач

7.1. Бригада школьников неделю собирала клубнику. Каждый день количество собранной клубники за день увеличивалось на одну и ту же величину. На 4 день школьники собрали 10 кг клубники. Сколько клубники они собрали за 7 дней работы?

Ответ: 70 кг.

Решение. Пусть в первый день школьники собрали a кг клубники, а во второй день, $(a + t)$ кг. Тогда в 3 день $(a + 2t)$, в 4 – $(a + 3t) = 10$, в 5 – $(a + 4t)$, в 6 – $(a + 5t)$, в 7 – $(a + 6t)$. Всего

$$a + (a + t) + (a + 2t) + \cdots + (a + 6t) = 7a + 21t = 7(a + 3t) = 7 \cdot 10 = 70.$$

7.2. Определите наименьшее возможное число участников марафонского забега, если известно, что процент успешно закончивших его заключен между 96,7% и 96, 8%.

Ответ: 31.

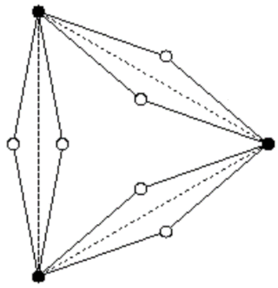
Решение. Из условия задачи следует, что процент участников, не закончивших забег, будет заключён между 3,2% и 3,3%. Минимальное участников будет в случае, если сошел с дистанции 1 человек.

Если n – число участников забега, то $3,2 \le \frac{1}{n} \cdot 100 \le 3{,}3$ или то $32 \le \frac{1000}{n} \cdot \le 33$. Получим, что $\frac{1000}{33} \le n \le \frac{1000}{32}$, или $30,(30) \le n \le 31{,}25$, следовательно, $n = 31$.

7.3. Можно ли на плоскости расположить белые и чёрные точки так, чтобы белых точек было в два раза больше, чем чёрных, при этом на расстоянии 1 сантиметра от каждой белой находилось ровно две чёрных?

Ответ: да.

Решение. См. рис.



7.4. Пешка стоит в углу шахматной доски размером 2023x2023. Маша и Петя поочередно передвигают ее на одну клетку по горизонтали или по вертикали (дважды ходить на одно и то же поле нельзя) проигрывает тот, кому некуда ходить. Начинает Маша. У кого есть выигрышная стратегия?

Ответ: у Пети.

Решение. Заметим, что доску размером 2023x2023, кроме угловой клетки, можно покрыть костяшками домино 2x1. Петя должен ставить пешку на второе поле той кости домино, на первое поле которой поставила пешку Маша. Ясно, что при такой стратегии он выигрывает независимо от игры Маши.