7 класс

1. Замените цифрами буквы A, B, C, D так, чтобы получилось верное равенство:
$$AAAA + BBB - CC + D = 2023.$$

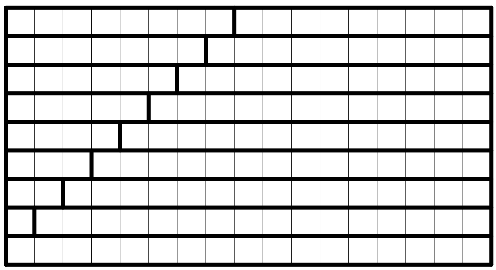
Ответ: $1111 + 999 - 88 + 1 = 2023$.

Критерии оценки.

1) Для получения полного балла (7 баллов за задачу) достаточно наличие верного примера.

2. Составьте из прямоугольников 1×1, 1×2, 1×3, …, 1×17 прямоугольник, каждая сторона которого больше 1.

Ответ: например, прямоугольник размером 9×17.



Критерии оценки.

1) Задача имеет много решений. Любой правильный способ оценивается в 7 баллов.

3. Маше задано выучить английские глаголы и существительные. Утром она выучила 1/12 всех глаголов и 1/16 всех существительных, всего 5 слов. Вечером она выучила ещё 1/4 всех оставшихся глаголов и 1/5 всех оставшихся существительных. Оказалось, что вечером Маша выучила на 8 глаголов больше, чем существительных. Сколько существительных и сколько глаголов было задано Маше?

Ответ: 48 глаголов и 16 существительных.

Решение. В первый день Маша выучила 1/12 всех глаголов. Следовательно, число глаголов, которое было задано, кратно 12. Следовательно, Маше осталось выучить 11/12 часть заданных глаголов. Во второй день она выучила ¼ часть от 11/12 оставшихся глаголов, т. е 11/48 от заданных. Т.к. 11 и 48 взаимно простые числа, то число глаголов, которое надо было выучить Маше, кратно 48. Следовательно, число заданных глаголов равно 48 (во всех остальных случаях число глаголов, выученных в первый день больше 5, что противоречит условию задачи). Аналогично вычисляется число существительных.

Критерии оценки.

1) При наличии арифметических ошибок в решении ставить не более 3 баллов.
2) Если отсутствует ссылка на взаимную простоту чисел, за решение снимать 2 балла.

4. В футбольном турнире участвовало 20 команд (каждая команда сыграла с другими по одному матчу). Могло ли в результате оказаться так, что каждая из команд-участниц выиграла столько же матчей, сколько сыграла вничью?

Ответ: не могло.

Решение. Пусть суммарное количество побед всех команд-участниц турнира равно n, тогда суммарное количество их поражений также равно n. Предположим, что у каждой команды такое же количество ничьих, как и побед, тогда суммарное количество ничьих в таблице результатов турнира также равно n. При таком подсчёте каждый матч был учтён дважды, т. е. сумма всех побед, ничьих и поражений в таблице результатов равна $20 \cdot 19$. Но уравнение $3n = 20 \cdot 19$ не имеет натуральных решений. Противоречие.

Критерии оценки.

1) Верное решение — 7 баллов.
2) Замечание, что общее количество побед равно общему числу ничьих и равно общему числу поражений – 2 балла. Если после этого

получено неверное уравнение $3n = 190$, т. е. считается общее, а не удвоенной число игр, то 3 балла.

5. По кругу каким-то образом расставили все натуральные числа от 1 до 15 (каждое число встречается один раз). Для каждой пары соседних чисел нашли разность большего и меньшего.

   а) Могли ли все полученные разности быть не меньше 7?

   б) Могли ли все полученные разности быть не меньше 8?

   Не забудьте объяснить свой ответ.

   Ответ: а) возможно, например таким образом:

   $$8 - 1 - 9 - 2 - 10 - 3 - 11 - 4 - 12 - 5 - 13 - 6 - 14 - 7 - 15 - 8,$$

   нужно начинать с 8; б) нет, так как у числа 8 нет двух соседей.

   Критерии оценки.

   1) Верный пример в п а) — 3 балла.

   2) Верный пример в пункте а) и доказательство пункта б) — 7 баллов.