

**Второй (муниципальный) тур всероссийской олимпиады  
школьников по математике в 2023-2024 учебном году**

**8 класс**

1. Напишите в строчку первые 10 простых чисел. Как вычеркнуть 6 цифр, чтобы получилось наибольшее возможное число?

Решение: Заметим, что первые 10 простых чисел составят 16-значное число.

Вот первые десять простых чисел, записанных подряд: 2357111317192329.

Получится число 7317192329.

Ответ. 7317192329

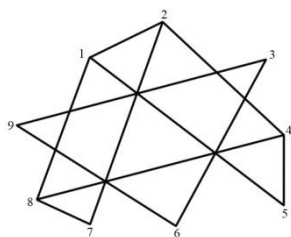
2. Дорога из пункта А в пункт Б идёт сначала в гору, а потом под гору. Кошка доходит из А в Б за 2 часа 12 минут, обратный путь занимает у неё на 6 минут больше. Скорость кошки, идущей в гору, 4 км/ч, а под гору — 5 км/ч. Сколько километров составляет путь от А до Б? (Приведите полное решение, а не только ответ.)

Решение. Когда кошка идёт в гору, то на 1 км она тратит 15 минут, а когда под гору – 12 минут. То есть, при перемене направления время, которое тратится на 1 км, меняется на 3 минуты. Так как на обратный путь кошка потратила на 6 минут больше, то участок, идущий в гору, на обратном пути на 2 км больше. Пусть длина участка на пути из А в Б, идущего в гору, равна  $x$ . Тогда можно составить уравнение  $15x + 12(x + 2) = 132$ , откуда  $x = 4$ . Значит, весь путь равен  $x + (x + 2) = 4 + 6 = 10$  км.

Ответ. 10 км.

3. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что 2 города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр - названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9? Ответ обоснуйте.

Решение. Составим граф. Из графа видно, что ответ на поставленный вопрос отрицательный.



Следовательно, нельзя.

Ответ. Нельзя.

4. Биржевые цены на нефть в течение недели менялись следующим образом: в понедельник цена нефти выросла на 2%, а во вторник она снизилась на 3%; в среду цена нефти снова выросла – на 4%, а в четверг снизилась на те же 4%; в пятницу она снова выросла – на этот раз на 3%, в субботу – снизилась на 2%; по воскресеньям же биржа не работает. Каков результат недельных колебаний цен: снизилась или повысилась цена нефти в конце недели по сравнению с первоначальной?

Решение. Изменение величины  $x$  на  $y\%$ , после чего она принимает значение  $z$ , описывается формулой

$$z = x \cdot \frac{100\% \pm y\%}{100\%} = x \cdot \frac{100 \pm y}{100},$$

где знак «+» выбирается при увеличении первоначальной величины  $x$  на  $y\%$  и знак «-» выбирается при уменьшении первоначальной величины  $x$  на  $y\%$ .

Пусть  $m_0$  – первоначальная цена нефти, например, цена барреля нефти, а  $m_k$  – цена нефти в конце  $k$ -того дня торгов. По условию задачи:

$$m_6 = m_0 \frac{100-2}{100} \cdot \frac{100+3}{100} \cdot \frac{100-4}{100} \cdot \frac{100+4}{100} \cdot \frac{100-3}{100} \cdot \frac{100+2}{100} = m_0 \frac{100^2-2^2}{100^2} \cdot \frac{100^2-3^2}{100^2} \cdot \frac{100^2-4^2}{100^2}.$$

Ясно, что  $m_0$  умножается на число, меньшее единицы, поэтому  $m_6 < m_0$ .

Ответ. За неделю торгов цена на нефть упала.

5. Все углы пятиугольника  $ABCDE$  равны. Доказать, что серединные перпендикуляры к отрезкам  $AB$  и  $CD$  пересекаются на биссектрисе угла  $E$ .

Решение.  $ABCDE$  – пятиугольник с равными углами,  $OM$ ,  $ON$  – серединные перпендикуляры к  $AB$  и  $CD$ , соответственно. Продолжим  $AE$  и  $BC$  до пересечения в точке  $T$ . Продолжим  $ED$  и  $BC$  до пересечения в точке  $P$ . Сумма углов  $ABCDE$  равна  $540^\circ$ , следовательно, каждый угол пятиугольника равен  $108^\circ$ .  $\angle TAB = \angle TBA = 180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ . Треугольник  $ATB$  – равнобедренный, значит его вершина  $T$  лежит на продолжении  $OM$ . Аналогично, в треугольнике  $CPD$  вершина  $P$  лежит на продолжении  $ON$ .  $OT$  и  $OP$  – биссектрисы углов  $BTA$  и  $CPD$ , следовательно,  $O$  – точка пересечения биссектрис в треугольнике  $TPE$ .

