Муниципальный этап 8 класс
Всероссийской олимпиады школьников по математике
2023 - 2024 учебный год

Критерии оценивания выполнения олимпиадных заданий по математике в 8 классе

Решение каждого задания оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Общая оценка за весь этап получается суммированием баллов по каждому из заданий. Максимальное количество баллов за муниципальный этап – 35. Альтернативные способы решения задачи, не учтенные составителями задач в рекомендациях, при условии их правильности и корректности также оцениваются в полной мере. Ниже представлена общая схема оценивания решений.

Баллы	**Правильность (ошибочность) решения**
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение содержит незначительные ошибки, пробелы в обоснованиях, но в целом верно и может стать полностью правильным после небольших исправлений или дополнений.
4	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, продвижения отсутствуют.
0	Решение отсутствует.

Выставление премиальных баллов (оценка за задание более 7 баллов) на муниципальном этапе не допускается.

Недопустимо снятие баллов за то, что решение слишком длинное, или за то, что решение школьника отличается от приведенного в методических разработках или от других решений, известных жюри; при проверке работы важно вникнуть в логику рассуждений участника, оценить степень ее правильности и полноты.

Олимпиадная работа не является контрольной работой участника, поэтому любые исправления в работе, в том числе зачеркивание ранее написанного текста, не являются основанием для снятия баллов; недопустимо снятие баллов в работе за неаккуратность записи решений при ее выполнении.

Баллы не выставляются «за старание участника», в том числе за запись в работе большого по объему текста, не содержащего продвижений в решении задачи.

Победителями олимпиады в одной параллели могут стать несколько участников, набравшие наибольшее количество баллов.

1. Найдите какое-нибудь натуральное число N такое, что если к нему прибавить его наибольший делитель, отличный от N, то получится 2016.

Решение.

Если N – четное число, то его наибольший делитель (отличный от N) есть $\frac{N}{2}$,а их сумма - N + $\frac{N}{2}$ = $\frac{3N}{2}$, откуда $\frac{3N}{2}$ =2016, N = 1344.

Замечание. Приведенный пример – единственный.

Ответ: 1344.

2. На фестивале «Дни близнецов» у Сергея спросили: «А, где твой близнец? И сколько вам лет?». Сергей ответил, что на фестивале он сопровождает своих двух младших братьев – близнецов, участников олимпиады по математике. Про возраст он сказал следующее: «Суммарный возраст всех нас троих – двузначное число, у которого вторая цифра вдвое больше первой, при этом мой возраст записывается двумя одинаковыми цифрами». Определите возраст каждого из братьев.

Решение.

Из условия получаем $\overline{aa}$ + 2 $\overline{bc}$ =$\overline{d(2d)}$, откуда следует, что a – четная цифра, то есть, a = 2 (теоретически возможно и a ≥ 4, но тогда d ≥ 6 и 2d уже не является цифрой, при a = 4, возраст каждого из близнецов - 2 года, что маловероятно). Значит, d ≥ 3. Если d = 3, то возраст каждого из близнецов составит $\frac{1}{2}$ (36 – 22) = 7 лет – слишком маленький для участия в олимпиаде, но допустим, при условии, что олимпиада проводилась и для данной возрастной категории; если d = 4, их возраст равен $\frac{1}{2}$ (48 – 22) = 13 лет; d = 5 не подходит, так как 2 d цифрой не будет.

Замечание. Так как, в тексте задания не определен уровень и возрастная категории проводимой олимпиады, допустимы два варианта ответов на данное задание:

1) 13; 13; 22 года или 7; 7; 22 года;

2) 13; 13; 22 года. Для второго случая, в тексте решения должно быть отмечено, что для детей 7 лет олимпиада по математике обычно не проводится.

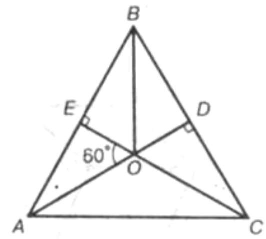
Ответ: 13; 13; 22 года или 7; 7; 22 года.

3.Угол между двумя высотами остроугольного треугольника ABC равен 60^0, а точка пересечения высот делит одну из них в отношении 2:1, считая от вершины треугольника. Докажите, что треугольник ABC – равносторонний.

Решение.

Пусть AD и CE – данные высоты, O – точка их пересечения.

Из того, что в прямоугольном треугольнике AOE $\angle AOE = 60^0$, следует, $\angle EAO = 30^0$ и $OE = \frac{1}{2}AO$, то есть OE = OD. Значит, прямоугольные треугольники OEB и ODB равны по гипотенузе и катету. Тогда BE = BD, откуда следует, что Δ ABD = ΔCBE. Отсюда AB = BC. В то же время $\angle ABC = 90^0 - \angle BAD = \angle AOE = 60^0$. Значит, ΔABC – равносторонний.



4. В гостинице «Квадро» 25 одинаковых квадратных комнат, образующих квадрат 5x5. В каждой комнате проживает по одному человеку. Все они либо Вруны, либо Правдолюбы. (Вруны всегда лгут, Правдолюбы, не только любят правду, но и всегда говорят правду). Каждый из 25 человек сказал: «По крайней мере в одной из соседних с моих комнат живёт Врун». Какое наибольшее количество врунов могло быть среди этих 25 человек? Комнаты считаются соседними, если у них общая стена.

Решение.

Заметим, что в соседних комнатах не могут жить Вруны (иначе они говорили бы правду). Выделим одну угловую комнату, а оставшиеся комнаты разобьем на 12 пар соседних. Тогда в каждой паре комнат может жить не более одного Вруна. Поэтому всего Врунов не более 12 + 1 = 13. Рассмотрим шахматную раскраску комнат в черный и белый цвета (угловые комнаты черные). Если поселить Врунов в «черные» комнаты, а 12 Правдолюбов в «белые», то условие задачи будет выполняться (все Вруны будут лгать, а все Правдолюбы говорить правду).

Ответ: 13 лжецов.

5.Назовем число, большее 25, полупростым, если оно является суммой каких-то двух различных простых чисел. Какое наибольшее количество последовательных натуральных чисел могут оказаться полупростыми?

Решение.

Заметим, что нечетное полупростое число может быть лишь суммой двойки и нечетного простого числа. Покажем, что три подряд идущих нечетных числа 2n+1, 2n+3, 2n+5, больших 25, не могут быть полупростыми одновременно. Предполагая противное, получаем, что число 2n-1, 2n+1 и 2n+3 – простые, и все они больше 3. Но одно из этих трех чисел делится на 3. Противоречие. Заметим, что среди любых шести последовательных чисел есть три подряд идущих нечетных числа, значит, последовательных полупростых чисел не может быть больше пяти. Пять подряд идущих чисел могут быть полупростыми: например, 30=17+13, 31=29+2, 32=19+13, 33=31+2, 34= 23+11.

Замечание: Существуют и другие примеры.

Ответ: 5.