

Критерии оценивания, задания и ответы к заданиям МЭ ВсОШ

по математике

2023-2024 учебный год

9класс

1. В транспортной компании работают две бригады. Если ко времени, за которое первая бригада может разгрузить машину с грузом прибавить время, за которое вторая бригада может выполнить эту работу, то получится 12 часов. Определить сколько понадобится времени каждой бригаде для разгрузки машины, если разность этих времен составляет 45% времени, за которое они совместно могут выполнить эту работу.

Решение

Пусть x и y время за которое первая и вторая бригады выполняют работу. Получим систему

$$\text{уравнений } \begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 0,45 \frac{xy}{x+y} \end{cases}$$

Решением системы являются числа $x = 6\frac{2}{3}$; $y = 5\frac{1}{3}$.

Критерий оценивания

Верно составлена система уравнений – 3 балла;

Найдено решение системы, но допущена арифметическая ошибка (или несколько арифметических ошибок) – 4 -5 баллов;

Обоснованно получен верный ответ –7 баллов.

2. В ряд выписано 25 чисел. Сумма любых четырех подряд идущих чисел отрицательна. Может ли сумма всех выписанных чисел быть положительной?

Решение

Может быть. Пример: 2,5; -1; -1; -1; 2,5; -1; -1; -1; 2,5; -1; -1; -1; 2,5; -1; -1; -1; 2,5; -1; -1; -1; 2,5; -1; -1; -1; 2,5.

Критерии оценивания

Только верный ответ – 0 баллов.

Верный пример – 7 баллов.

Комментарий

Приведенный в решении пример не является единственным.

3. Найти наименьшее значение функции целого аргумента $y = x^2 + \frac{1}{x^2+4} + 3$.

Решение

Введем замену $t = x^2 + 4$, получим функцию $y = t - 1 + \frac{1}{t}$. Полученная функция является функцией натурального аргумента с минимальным значением аргумента равным 4 и представляет собой сумму монотонно возрастающей линейной функции и монотонно убывающей обратной пропорциональности. Минимальное значение линейной при заданном значении аргумент равно 3 и возрастает с шагом 1. Максимальное значение обратной пропорциональности равно $\frac{1}{4}$ и стремится к нулю с увеличением аргумента.

Поэтому наименьшее значение функции равно $3\frac{1}{4}$.

Критерий оценивания

Рассуждения велись без замены аргумента и обоснованно получен верный ответ –7 баллов;

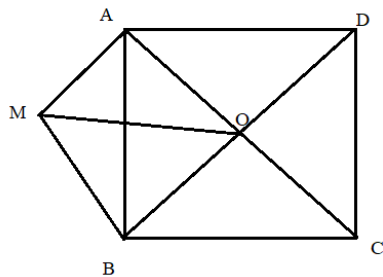
Введены в рассмотрение две функции и описан характер их монотонности – 2 балла;

Найдено минимальное и максимальное значение каждой функции, но не обосновано поведение при стремлении аргумента к бесконечности – 4 балла.

Только верный ответ – 0 баллов.

4. Дан квадрат ABCD. На стороне AB, как на гипотенузе, построен прямоугольный треугольник AMB. Найдите величину угла OMB, где O – точка пересечения диагоналей квадрата.

Решение



Так как углы AMB и AOB прямые, то точки M и O лежат на окружности с диаметром AB. Углы OMB и OAB вписанные в окружность и опирающиеся на одну дугу. Значит искомый угол равен 45° .

Критерий оценивания

Дан верный ответ, но нет обоснования – 0 баллов;

Есть выводы и рассуждения, на основании которых можно получить продвижение в решении задачи – 1-4 балла.

(Например, сказано, что диагонали квадрата пересекаются под прямым углом – 1 балл, треугольник AOB –

равнобедренный – 1 балл и т.д.);

Обоснованно получен верный ответ – 7 баллов.

Решение может отличаться от авторского. Например, рассмотрен выпуклый четырехугольник MAOB, и доказано, что около него можно описать окружность. Если далее верно выполнено рассуждение и вычисления – 7 баллов.

5. В ящике лежат красные и синие платки. Наудачу (вытаскивание каждого платка равновозможно) из ящика достают два платка. Известно, что вероятность, что они оба будут красные равна $1/2$. Найдите наименьшее количество платков в ящике.

Решение

Будем перебирать варианты, начиная с наименьшего числа платков.

При этом учитываем, что красных платков в ящике должно быть больше, чем синих, поскольку вероятность вытащить два красных платка заведомо выше, чем вероятность вытащить два синих (полная группа событий: вытащили два красных или два синих или один красный и один синий).

В ящике 2 платка быть не может, так как в любом случае не получится вероятность $1/2$.

Пусть в ящике 3 платка – 2 красных и 1 синий. В этом случае вероятность вытащить 2 красных платка равна $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

Пусть в ящике 4 платка – 3 красных и 1 синий. Тогда вероятность вытащить 2 красных платка равна $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{2}$.

Таким образом, наименьшее количество платков в ящике – 4 штуки.

Критерий оценивания

Условие, что красных платков в ящике больше, чем синих должно обосновано в решении (например, составлением полной группы событий), иначе должны быть рассмотрены все варианты количеств красных и синих платков. Если эта часть решения отсутствует, то решение оценивается в 4 балла.