

9.1. Ответ: 4086461

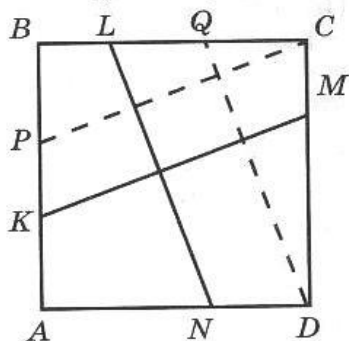
Решение. Обозначим $2020 = a$. Получаем $\sqrt{2020 \cdot 2021 \cdot 2022 \cdot 2023 + 1} = \sqrt{a(a+1)(a+2)(a+3) + 1} = \sqrt{(a^2+3a)(a^2+3a+2) + 1} = \sqrt{y(y+2) + 1} = \sqrt{y^2 + 2y + 1} = |y+1|$, где $y = a^2 + 3a$. Окончательно получаем $\sqrt{2020 \cdot 2021 \cdot 2022 \cdot 2023 + 1} = 2020^2 + 6060 + 1 = (2000 + 20)^2 + 6061 = 4000000 + 80000 + 400 + 6061 = 4086461$.

9.2. Решение. Предположим, что нашлись такие два числа x и y , что $x + y = 219$, а xy делится на 219. Так как $219 = 3 \cdot 73$, то одно из чисел, для определенности x , делится на 3, но тогда и $y = 219 - x$ делится на 3. Аналогично и x , и y делятся на 73, т.е. каждое из них не меньше $3 \cdot 73$, т.е. их сумма больше 219 – противоречие.

9.3. Ответ: (1; 1), (-1; 1).

Решение. Преобразуем уравнение к виду $(a^2 - 1)^2 + 2(a - b^2)^2 = 0$. Данное уравнение равносильно системе уравнений: $\begin{cases} a^2 - 1 = 0, \\ a - b^2 = 0 \end{cases}$. Данная система имеет два решения $(1; 1), (-1; 1)$.

9.4. Решение. Проведем $CP \parallel MK$ и $DQ \parallel NL$, тогда $CMKP$ и $DQLN$ – параллелограммы, значит, $KP = CM$ и $LQ = DN$.



Тогда $AK + LC + CM + NA = AK + LQ + CQ + CM + NA = AK + KP + DN + NA + CQ = AP + AD + CQ = 2 - BP + CQ$. Итак, $CQ = BP$ и, значит, $\triangle DQC = \triangle CPB$. Отсюда $\angle QDC = \angle PCB = 90^\circ - \angle PCD$, т.е. DQ перпендикулярен CP , и, значит, LN перпендикулярен KM .

9.5. Решение. Сумма всех записанных на доске чисел будет нечетной (сумма 1012 нечетных чисел и 1011 четных чисел является числом нечетным). При стирании 2 чисел возможны три варианта:

- а) стираются два четных числа, тогда модуль разности будет четным числом, а новая сумма будет числом нечетным;
- б) стираются два нечетных числа, тогда модуль разности будет четным числом, а новая сумма будет числом нечетным;
- в) стираются одно четное и одно нечетное число, тогда модуль разности будет нечетным числом, а новая сумма будет снова числом нечетным.

Таким образом, после каждого стирания сумма оставшихся на доске чисел будет нечетной, а количество уменьшается на 1. После 2022 стираний на доске останется одно число – нечетное. Так как нуль – число четное, то оставшееся число нулем быть не может.