

2023/24 уч. год

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО
МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

10-й класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решённой, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий ещё раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

10.1. Какое из чисел больше? $\frac{2^{2023} + 1}{2^{2024} + 1}$ или $\frac{2^{2024} + 1}{2^{2025} + 1}$?

10.2. В цехе работало несколько станков. После реконструкции количество станков сократилось, причём число процентов, на которое уменьшилось число станков, оказалось равным числу оставшихся станков. Какое наименьшее число станков могло быть в цехе до реконструкции?

10.3. Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, для которых $2x^2 + y^2 = 2xy + 4x$.

10.4. Чему может быть равен угол В треугольника ABC, если известно, что расстояние между основаниями высот, опущенных из вершин А и С, равно половине радиуса описанной около этого треугольника окружности?

10.5. В левом нижнем углу шахматной доски 7×7 стоит король. За один ход он может передвигаться либо на одну клетку вправо, либо на одну клетку вверх, либо на одну клетку по диагонали вправо и вверх. Сколькими различными путями король может пройти в правый верхний угол доски, если ему запрещается посещение центральной клетки?