

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ  
2023–2024 учебный год

**10 КЛАСС**

**10.1.** Действительные числа  $x, y, z, t$  удовлетворяют системе

$$\begin{cases} xy + xz + xt + yz + yt + zt = 1; \\ x^2 + y^2 + z^2 + t^2 = 2. \end{cases}$$

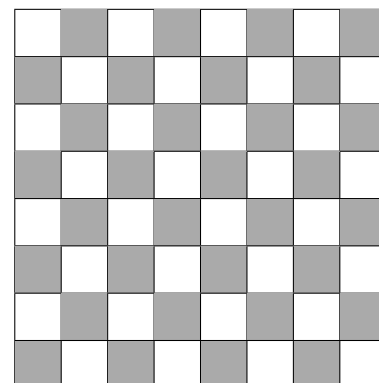
Какое минимальное и какое максимальное значения может принимать величина  $x + y + z + t$ ?

*Д. Минеев*

**10.2.** На Новый Год магазин подарков украсил витрину гирляндой из  $2n + 1$  лампочки. Все лампочки имеют попарно различные цвета, а первая и последняя лампочка не соединены напрямую. В новогоднюю ночь произошёл сбой: каждая лампочка поменяла свой цвет на цвет одной из своих соседок. Докажите, что теперь найдутся две лампочки одного цвета.

*И. Двойнишников*

**10.3.** Можно ли на шахматной доске расставить несколько (больше 0) шахматных коней таким образом, чтобы каждый бил ровно четырёх других?



**10.4.** Дан остроугольный треугольник  $ABC$ . Окружности  $\omega_a$  и  $\omega_b$ , проходящие через точку  $C$ , касаются прямой  $AB$  в точках  $A$  и  $B$  соответственно. Пусть  $D$  — вторая точка пересечения  $\omega_a$  и  $\omega_b$ . Найдите отношение радиусов окружностей  $\omega_a$  и  $\omega_b$  если известно, что прямые  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны.

*Д. Минеев*

**10.5.** На кухне ресторана работают  $n > 3$  поваров, каждый из которых умеет готовить несколько блюд, при этом каждое из имеющихся в меню 48 блюд умеют готовить ровно трое из них. Шеф-повару необходимо так составить график работы для своей команды, чтобы у каждого повара в один из дней недели был выходной. Докажите, что это можно сделать так, чтобы для любого блюда в любой день недели на кухне был повар, который умеет его готовить.

*Д. Минеев*