

**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников
по математике
2023/2024 учебный год**

10 класс

1. На клетчатом листе нарисован квадрат 7×7 . Можно ли его клетки покрасить в три цвета так, чтобы в каждой строке и каждом столбце были клетки всех трёх цветов, но обязательно в разном количестве?
2. Найдите такое наименьшее n , что какие бы n последовательных целых чисел ни взять, произведение всех их попарных сумм будет делиться на 2023.

3. Найти все такие многочлены $P(x)$, которые при всех положительных x удовлетворяют тождеству

$$P(x + 1) = P(x) + 2P(\sqrt{x}).$$

4. Внутри параллелограмма $ABCD$ выбрана такая точка E , что

$$\angle AEB + \angle CED = 180^\circ.$$

Докажите, что $\angle EBC = \angle EDC$.

5. Чудак выписал в строку 21 число, среди которых число 0 встречается один раз ровно посередине, а каждое из чисел от 1 до 10 по два раза. Могло ли так оказаться, что для любого натурального n от 1 до 10 между двумя числами n в этой последовательности ровно $n - 1$ другое число?

Каждая задача оценивается в 7 баллов.