

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2023 – 2024 учебный год
Математика
10 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Время выполнения заданий - **4 часа (240 минут)**.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно читайте задания;
- обязательно записывайте номер задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа;
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Вам предстоит решить **5 задач**:

10.1. На листе бумаги построили параболу – график функции $y = ax^2 + bx + c$ при $a > 0$, $b > 0$ и $c < 0$, а оси координат стёрли (см. рис. 1). Как они могли располагаться?



Рис.1

(Изобразите любой пример, соответствующий указанным знакам коэффициентов, не изменяя положения самой параболы.)

10.2. На доске были записаны числа 3, 9 и 15. Разрешалось сложить два записанных числа, вычесть из этой суммы третье, а результат записать на доску вместо того числа, которое вычиталось. После многократного выполнения такой операции на доске оказались три числа, наименьшее из которых было 2019. Каковы были два остальных числа?

10.3. Сравните величины углов BAC и CED (см. рис.2). Свой ответ обоснуйте.

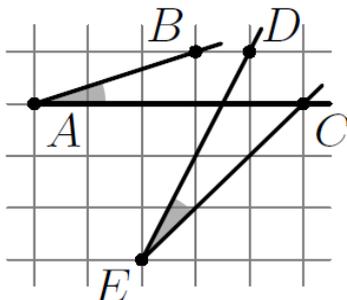


Рис.2

10.4. 100 включённых и 100 выключенных фонариков случайным образом разложены по двум коробкам. У каждого фонарика есть кнопка, нажатие которой выключает горящий фонарик и зажигает выключенный. Ваши глаза завязаны, и Вы не можете видеть, горит ли фонарик. Но Вы можете перекладывать фонарики из коробки в коробку и нажимать на них кнопки. Придумайте способ добиться того, чтобы горящих фонариков в коробках было поровну.

10.5. Через точку P проведены три отрезка, параллельные сторонам треугольника ABC (см. рис.3). Докажите, что площади треугольников $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ равны.

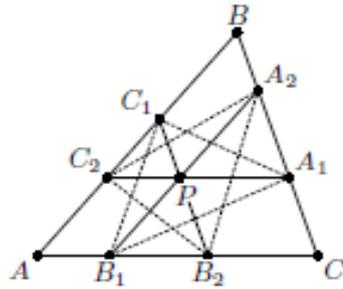


Рис.3