

10 класс – 2023

10.1. Может ли сумма каких-то семи подряд идущих натуральных чисел быть равна сумме квадратов каких-то трёх подряд идущих натуральных чисел?

10.2. Числа $a, b, c > 0$. Докажите, что $a/c + c/b \geq 4a/(a + b)$.

10.3. Найдите все такие целые положительные a и b , для которых выполнено равенство $2a \cdot b = a^*b$ (здесь a^*b означает число, которое получается, если к числу a приписать справа число b ; например, если $a = 20$, $b = 23$, то $a^*b = 2023$).

10.4. Окружности a и b пересекаются в точках Y и Z и касаются прямой g в точках A и B соответственно. Докажите, что точка пересечения биссектрис углов YAZ и YBZ лежит на прямой ZY .

10.5. Можно изменить порядок следования чисел $1, 2, 3, 4$, расставив их, например, так: $4, 1, 3, 2$. Найдите все такие натуральные числа $n \geq 2$, для которых существуют расстановки $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ и $(b_1, b_2, b_3, \dots, b_n)$ чисел $1, 2, 3, \dots, n$ такие, что попарные суммы $a_1+b_1, a_2+b_2, a_3+b_3, \dots, a_n+b_n$ образуют ряд последовательных натуральных чисел.