

РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

II (МУНИЦИПАЛЬНЫЙ) ЭТАП

2023

10 КЛАС

Задача 1. Найдется ли такое четырехзначное натуральное число n , что для записи всех трех четырехзначных чисел n , $n+1$ и $n+2$ достаточно трех различных цифр?

Задача 2. В 10 клетках сидят 25 животных — зайцев и кроликов. Известно, что если в клетке есть заяц, то там не больше одного кролика, а если в клетке есть кролик, то там не больше одного зайца. Докажите, что есть клетка, в которой все животные — одной породы.

Задача 3. Найдутся ли такие пять различных натуральных чисел a , b , c , d , e , что среди дробей a/b , a/c , a/d , a/e , b/c , b/d , b/e , c/d , c/e , d/e девять сократимы, а одна несократима?

Задача 4. Докажите, что удвоенная сумма квадратов двух сторон треугольника больше квадрата его третьей стороны.

Задача 5. Шестиугольник $ABCDEF$, все углы которого меньше 180 градусов, таков, что каждый треугольник, образованный тремя идущими подряд его вершинами, имеет площадь 1 . Докажите, что если $AB < DE$, то $BC > EF$.

Задача 6. Что больше: число способов разложить все 19 гирек с весами 1 г, 2 г, ..., 19 г на две чаши весов так, чтобы весы остались в равновесии, или число способов разложить так все 20 гирек с весами 1 г, 2 г, ..., 20 г?