

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по математике  
2023-2024 учебный год**

**10 класс**

1. Число 2023 поделили с остатком на все числа от 1 до 2023. Сколько разных остатков в результате получилось?
2. У Саши несколько палочек по 5 и 6 см. Суммарная длина палочек – 6 метров. Докажите, что из всех палочек можно сложить правильный десятиугольник.
3. Дана трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD = a$  и  $BC = b$ . Точки  $M$  и  $N$  лежат на сторонах  $AB$  и  $CD$  соответственно, причём отрезок  $MN$  параллелен основаниям трапеции. Диагональ  $AC$  пересекает этот отрезок в точке  $O$ . Найдите  $MN$ , если известно, что площади треугольников  $AMO$  и  $CNO$  равны.
4. На доске написаны 100 целых чисел. За одну операцию можно любое число увеличить на разность каких-то двух других чисел. Какое наибольшее количество одинаковых чисел всегда можно получить?
5. В стране 2023 города, между некоторыми из них есть автобусные маршруты (между любыми двумя городами не более одного маршрута, все маршруты двусторонние). По стандартам, на любые четыре города должно приходиться хотя бы три маршрута между ними, а также от любого города можно доехать до любого другого (возможно, с пересадками). Докажите, что можно объехать все города в стране на автобусах, не заезжая ни в один город дважды.