

10 КЛАСС

Максимальное время выполнения заданий: 235 мин.

Все задания по 7 баллов.

10.1. Графики квадратных трёхчленов $f(x)$ и $g(x)$ пересекаются в точке $(2; -8)$. Найдите старший коэффициент трёхчлена $f(x) + g(x)$, если известно, что он имеет единственный корень, равный 6.

10.2. Дано выражение $S = ab + bc + ca$, где a, b, c – целые числа. Если число a увеличить на 1, а числа b и c уменьшить на 2, то значение выражения S не изменится. Докажите, что число $(-1) \cdot S$ – квадрат целого числа.

10.3. Каждую ночь трое из восьми гномов отправляются стеречь клад от злых троллей. После каждого такого дежурства они ссорятся настолько, что никакие двое после этого вместе стеречь клад второй раз не идут. Какое наибольшее количество ночей гномы смогут оберегать клад от троллей?

10.4. Барон Мюнхгаузен утверждает, что любое чётное число $n \geq 2023$ можно представить в виде $x(x + 1)(x + 2) - y(y + 1)$, где x и y – натуральные числа. Могут ли слова барона быть правдой?

10.5. Пусть H – точка пересечения высот остроугольного треугольника ABC . Точка G выбрана так, что $ABGH$ является параллелограммом, а точка I на прямой GH так, что IH делится AC пополам. Около треугольника GCI описана окружность, которую прямая AC пересекает в точках C и J . Докажите, что $AH = IJ$.