

10 класс

1. Натуральные числа m и n таковы: что $99m = 91n$, докажите, что $m + n$ составное.

2. Решить систему

$$\begin{cases} 2x^2 - xy - y^2 - 4x + 4y = 0, \\ x^2 + xy - 2y^2 - 5x + 5y = 0. \end{cases}$$

3. Доказать неравенство

$$\frac{|a + b + c|}{2 + |a + b + c|} \leq \frac{|a|}{2 + |a|} + \frac{|b|}{2 + |b|} + \frac{|c|}{2 + |c|}.$$

4. Дана геометрическая прогрессия с положительными членами. Известно, что 10-ый член этой прогрессии меньше 8, а 21-ый член больше 64. Докажите, что 87-ой член больше, чем 2^{24} .

5. Дан остроугольный треугольник ABC .

BB_1 и CC_1 – высоты. На стороне CA отмечена Точка B_2 так, что $CC_1 = CB_2$. На стороне BA отмечена C_2 так, что $BB_1 = BC_2$. Доказать, что C_1, C_2, B_1, B_2 лежат на одной окружности.

