

## 10 класс

В скобках указан максимальный балл за задачу

**10.1** (7 баллов) Целая часть числа  $a$  – это наибольшее целое число, не превосходящее  $a$ . Целая часть  $a$  обозначается  $[a]$ . Например,  $[2, 34] = 2$ ,  $[-\pi] = -4$  и  $[5] = 5$ . Дробная часть числа – это разность между числом и его целой частью, дробная часть обозначается  $\{a\}$ . Например,  $\{-1, 2\} = -1, 2 - (-2) = 0, 8$ ;  $\{\pi\} = \pi - 3$  или  $\{-2\} = 0$ . Решите уравнение

$$\{(x + 1)^3\} = x^3.$$

**10.2** (7 баллов) Петя задумал 5 чисел, сложил числа во всех 10 возможных парах и написал на листке только значения этих 10 сумм в произвольном порядке. Может ли Вася имея листок с этими 10 числами узнать числа, задуманные Петей?

**10.3** (7 баллов) В дружной компании все 11 человек попарно дружили. В час испытаний случились ссоры в 17 парах. Докажите, что тем не менее можно найти три человека, все еще попарно дружных.

**10.4** (7 баллов) Треугольник  $KLM$  остроугольный,  $KK_1$  и  $LL_1$  – его высоты, а  $\omega$  – описанная окружность. Эта окружность пересекает прямую  $K_1L_1$  в точках  $K'$  и  $L'$ . Касательные к  $\omega$ , проведенные в точках  $K'$  и  $L'$ , пересекаются в точке  $M'$ . Докажите, что  $MM'$  проходит через центр окружности  $\omega$ .

**10.5** (7 баллов) В сувенирном наборе аптекарских гирек число гирек равно  $N$ , а массы двух произвольных гирек отличаются не более чем в  $k$  раз. Саня получил такой набор и смог разложить все гирьки на десять равных по массе кучек, а Таня получила такой же набор и смогла разложить все гирьки на одиннадцать равных по массе кучек. Каково наименьшее возможное значение  $N$ , если  $k = \frac{5}{4}$ ?