

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП**

2023-2024 учебный год

10 класс

Инструкция по выполнению заданий: Вам предлагается решить математические задачи, указав в каждой из них ответ и развёрнутое решение, либо обоснование ответа. Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7. Задачи можно решать в любом порядке. Время выполнения заданий - 235 минут.

10.1. Прямые $y = ax$ и $y = bx$, $a > 0$, $b > 0$ пересекают прямую $y = a$ соответственно в точках A и B . Найдите отношение $a:b$, если известно, что длина отрезка AB равна 4.

10.2. В правильном 30-угольнике две соседние вершины покрасили в красный цвет, а остальные – в синий. Сколькими способами можно выбрать прямоугольный треугольник с одной красной и двумя синими вершинами?

10.3. Артём записал на доске несколько натуральных чисел, а Саша для каждой пары чисел вычислил сумму их квадратов. Какое наибольшее количество различных чисел мог получить Саша, если оказалось, что все найденные им суммы – простые числа?

10.4. На столе лежат 118 карточек с числами от 1 до 118. Двое играют в следующую игру. Ходят по очереди. За один ход можно взять со стола любую карточку. Игра заканчивается, когда на столе останется две карточки. Второй выигрывает, если числа на оставшихся карточках отличаются ровно на 10. Иначе выигрывает первый. Кто выигрывает при правильной игре?

10.5. В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle ABC = 90^\circ$), на сторонах BC и AC отмечены точки D и E соответственно так, что $CD = DE$. Докажите, что центр описанной окружности треугольника ABE лежит на биссектрисе угла BDE .