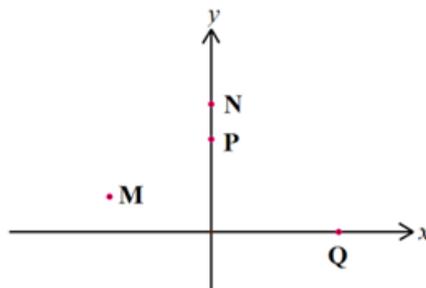


10 класс

1. Маша умеет умножать натуральное число на 15 и переставлять местами его цифры. Даша умеет прибавлять к натуральному числу 6 и тоже переставлять местами его цифры. Никита умеет складывать числа. Маша и Даша каждая берут число 2024 и некоторое время экспериментируют, а потом Никита складывает их результаты. У него получилось число 202320242025. Докажите, что он ошибается.
2. В лицее провели контрольную работу для всех 10-классников. Ровно треть участников и ещё 20 учеников получили «тройки», ровно четверть участников и ещё 30 учеников получили «четвёрки», а некоторые продвинутые ребята получили «пятёрки». «Двойки» никто не получал. Кого оказалось больше: получивших «тройки» или получивших «четвёрки»?
3. В выпуклом четырёхугольнике провели диагонали, которые делят его на 4 треугольника, имеющих целочисленные площади. Оказалось, что три меньших площади — последовательные натуральные числа. Найдите площадь большего треугольника.
4. Могут ли графики многочленов $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + a$ и $g(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ располагаться на плоскости таким образом, что график $f(x)$ проходит через точки М, Р и Q, а график $g(x)$ — через точки М и N (смотри рисунок)?



5. Дедка вырастил 15 репок весом 50, 51, 52, ..., 64 кг. Ему известен вес каждой из репок. С помощью чашечных весов дедка собирается доказать бабке, внучке и Жучке, что первая репка весит 50 кг, вторая 51 кг, ..., последняя — 64 кг (вначале зрители не знают про вес репок абсолютно ничего). Докажите, что дедка сумеет обойтись ровно одной гирей, если и гирию, и репки можно размещать на обеих чашках весов, а количество взвешиваний не ограничено? (В наличии имеются гири весом 1, 2, 3, 4, ..., 1000 кг. Вес гирь известен как дедке, так и зрителям.)