

**Задания муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников
Новосибирской области по математике 2023-2024 г.г.**

10 класс

10.1. Автомобиль движется в гору со скоростью 60 км/ч, под гору - со скоростью 90 км/ч, и по горизонтали - со скоростью 72 км/ч. Дорога из пункта А в пункт Б сначала идёт в гору, потом по горизонтали, и в конце под гору. Весь путь от А до Б занимает у машины 5 часов, а обратный из Б в А по той же дороге— 4 часа. Какова длина пути между А и Б?

10.2. Отрезки АК, ВР и СТ – медианы треугольника АВС, в котором углы АКВ и АТС равны. Доказать, что углы АВР и САК также равны.

10.3. Найти все пятизначные натуральные числа N, в записи которых все цифры различны и нет нулей, обладающие следующим свойством: сумма всех трёхзначных чисел, образованных всевозможными тройками различных цифр из записи N во всевозможных порядках, равна N.

10.4. Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c , где $a \geq b \geq c$, выполняется неравенство:

$$\sqrt{c(a-c)} + \sqrt{c(b-c)} \leq \sqrt{ab}.$$

10.5. Некоторые клетки шахматной доски 8 на 8 отмечены так, что всего отмеченных клеток на доске меньше, чем неотмеченных, но в каждом квадрате доски размера 3 на 3 клетки отмеченных клеток больше, чем неотмеченных. Какое минимальное количество клеток может быть отмечено?