

*Дорогие ребята!*

*Поздравляем Вас с участием*

*в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике.*

*Выполняя задания, не спешите, так как они требуют применения не только знаний, но и общей эрудиции и творческого подхода.*

*Во время олимпиады категорически запрещается пользоваться мобильными телефонами.*

*На выполнение заданий отводится 235 минут.*

*Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.*

*Максимальное число баллов, которое может получить участник, равно 35.*

*Успеха Вам в работе!*

1. В магазине продаются капсулы, содержащие ровно по 3 маленьких куколки и гардероб к ним. Всего может встретиться 12 разновидностей таких маленьких куколок. В магазине в контейнере находится достаточно много капсул, причем в любых двух из них тройки куколок не одинаковы. Какое наименьшее количество капсул необходимо приобрести, чтобы после их вскрытия в них заведомо оказалось хотя бы по одной куколке всех разновидностей.

2. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии отношение суммы кубов всех её членов к сумме всех членов этой прогрессии равно  $\frac{48}{7}$ , а отношение суммы четвертых степеней членов к сумме квадратов членов этой прогрессии равно  $\frac{144}{17}$ . Найдите первый член и знаменатель этой бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

3. Из вершины В треугольника ABC проведена прямая, пересекающая сторону AC в точке E. Найдите высоту BF треугольника ABC, если известно, что центр, описанной вокруг треугольника ABC окружности, лежит на луче BE, причем  $AF \cdot FE = 5$  и  $\operatorname{ctg} \angle EBC : \operatorname{ctg} \angle BEC = 3:4$ .

4. Натуральные числа, начиная с 20, выписали в одну сторону: 20212223...

Какая цифра стоит в получившейся последовательности цифр на 2021 месте?

5. Все числа от 1 до 900 ученик 6 класса Артем записал в клетки таблицы  $30 \times 30$ . Его друг Максим закрасил в этой таблице три столбца, а Артем выделил в таблице три строки. Затем мальчики подсчитали сумму девяти чисел, стоящих на пересечении отмеченных строк и столбцов. Определите, сможет ли Артем добиться того, чтобы сумма этих чисел делилась на 3000, если он сам выбирает, как расставлять числа в таблице.