

Дорогие ребята!

Поздравляем Вас с участием

в муниципальном этапе Всероссийской олимпиады школьников по математике.

Выполняя задания, не спешите, так как они требуют применения не только знаний, но и общей эрудиции и творческого подхода.

Во время олимпиады категорически запрещается пользоваться мобильными телефонами.

На выполнение заданий отводится 235 минут.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Максимальное число баллов, которое может получить участник, равно 35.

Успеха Вам в работе!

1. В магазине продаются капсулы, содержащие ровно по 3 маленьких куколки и гардероб к ним. Всего может встретиться 12 разновидностей таких маленьких куколок. В магазине в контейнере находится достаточно много капсул, причем в любых двух из них тройки куколок не одинаковы. Какое наименьшее количество капсул необходимо приобрести, чтобы после их вскрытия в них заведомо оказалось хотя бы по одной куколке всех разновидностей.

2. В бесконечно убывающей геометрической прогрессии отношение суммы кубов всех её членов к сумме всех членов этой прогрессии равно $\frac{48}{7}$, а отношение суммы четвертых степеней членов к сумме квадратов членов этой прогрессии равно $\frac{144}{17}$. Найдите первый член и знаменатель этой бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

3. Из вершины В треугольника ABC проведена прямая, пересекающая сторону AC в точке E. Найдите высоту BF треугольника ABC, если известно, что центр, описанной вокруг треугольника ABC окружности, лежит на луче BE, причем $AF \cdot FE = 5$ и $\operatorname{ctg} \angle EBC : \operatorname{ctg} \angle BEC = 3:4$.

4. Натуральные числа, начиная с 20, выписали в одну сторону: 20212223...

Какая цифра стоит в получившейся последовательности цифр на 2021 месте?

5. Все числа от 1 до 900 ученик 6 класса Артем записал в клетки таблицы 30×30 . Его друг Максим закрасил в этой таблице три столбца, а Артем выделил в таблице три строки. Затем мальчики подсчитали сумму девяти чисел, стоящих на пересечении отмеченных строк и столбцов. Определите, сможет ли Артем добиться того, чтобы сумма этих чисел делилась на 3000, если он сам выбирает, как расставлять числа в таблице.