

Пермский край
2023-2024 учебный год
**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
10 КЛАСС**

Время выполнения заданий – 235 минут (3 часа 55 минут).

Максимальная оценка за выполнение всех олимпиадных заданий – 35 баллов (по 7 баллов за каждую задачу).

10.1. Могут ли длины сторон прямоугольного треугольника образовывать геометрическую прогрессию?

10.2. Найти все целые числа n, m , для которых справедливо равенство $(n+m)(n^2-m^2) = 2023$.

10.3. Дана трапеция $ABCD$ ($AD \parallel BC$), в которой $AB = BC = CD$. Из точки C на прямую AD опущен перпендикуляр CH , а M – середина диагонали BD . Докажите, что $MH \perp AC$.

10.4. Доказать, что для любых $a > 0, b > 0$ и любого натурального числа n справедливо неравенство $\left(\frac{a+b}{2}\right)^n \leq \frac{a^n + b^n}{2}$.

10.5. По доске 3×3 катается кубик. Грани кубика совпадают по размерам с клетками доски, и после каждого хода нижняя грань кубика в точности покрывает одну из клеток. Одна из граней кубика синяя, остальные белые. Когда грань кубика ложится на клетку доски, клетка приобретает цвет грани. Изначально кубик находится в угловой клетке доски синей гранью книзу. Какое максимальное количество клеток доски могут быть синими после нескольких ходов?