

**Задания муниципального этапа  
всероссийской олимпиады школьников  
2023/24 учебного года  
по математике**

**Тула 2023**

**10 класс**

**10.1.** Иван сыграл в следующую игру. Он взял 7 листов бумаги и разрезал некоторые из них на 7 частей каждый. Затем он смешал все куски вместе, взял некоторые из них и снова разрезал на 7 частей, и так далее. Закончив эту игру, он подсчитал количество всех кусочков бумаги (разного размера). Могло ли у него получиться 1000 кусков?

**10.2.** Чему равно наименьшее значение, которое может принимать выражение

$$\sqrt{3x - 2y - 1} + \sqrt{2x + y + 2} + \sqrt{3y - x}?$$

**10.3.** В первом сплаве содержится 30% меди и 60% цинка во втором сплаве – 40% вещества меди и 40% цинка, в третьем сплаве – 80% меди и 20% цинка. Из этих трех сплавов получили новый сплав, содержащий 70% меди. Чему равно наибольшее возможное содержание вещества цинка в новом сплаве?

**10.4.** Сколько пар простых чисел  $a$  и  $b$ , являющихся корнями уравнения

$a + b = (a - b)^3$  существует? Найдите их.

**10.5.** Диагонали выпуклого четырехугольника  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Точки  $O_1$ ,  $O_2$ ,  $O_3$  и  $O_4$  – центры окружностей описанных около треугольников  $AOB$ ,  $BOC$ ,  $COD$ . Докажите, что площадь четырехугольника  $O_1O_2O_3O_4$  не меньше половины площади четырехугольника  $ABCD$ .