

**Задания муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников
2023/24 учебного года
по математике**

Тула 2023

10 класс

10.1. Иван сыграл в следующую игру. Он взял 7 листов бумаги и разрезал некоторые из них на 7 частей каждый. Затем он смешал все куски вместе, взял некоторые из них и снова разрезал на 7 частей, и так далее. Закончив эту игру, он подсчитал количество всех кусочков бумаги (разного размера). Могло ли у него получиться 1000 кусков?

10.2. Чему равно наименьшее значение, которое может принимать выражение

$$\sqrt{3x - 2y - 1} + \sqrt{2x + y + 2} + \sqrt{3y - x}?$$

10.3. В первом сплаве содержится 30% меди и 60% цинка во втором сплаве – 40% вещества меди и 40% цинка, в третьем сплаве – 80% меди и 20% цинка. Из этих трех сплавов получили новый сплав, содержащий 70% меди. Чему равно наибольшее возможное содержание вещества цинка в новом сплаве?

10.4. Сколько пар простых чисел a и b , являющихся корнями уравнения

$a + b = (a - b)^3$ существует? Найдите их.

10.5. Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O . Точки O_1 , O_2 , O_3 и O_4 – центры окружностей описанных около треугольников AOB , BOC , COD . Докажите, что площадь четырехугольника $O_1O_2O_3O_4$ не меньше половины площади четырехугольника $ABCD$.