

10 КЛАСС

1. Решите уравнение в целых числах $x^2 + x + 1 = y^2$.
2. Найдите значения a и b , при которых выражение $a^3 + b^3 + ab$ принимает наименьшее значение, если известно, что $a + b = 1$.
3. Окружность, описанная около треугольника ABC , пересекает биссектрису внешнего угла треугольника при вершине A в точке N , лежащей на дуге AB (N отлична от A). Докажите, что $NB = NC$.
4. У Винни Пуха и Пятачка было по коробке конфет, в которых одинаковое число конфет, и они ждали в гости друзей. Пятачок разложил конфеты из своей коробки на 8 блюдец поровну, а остаток — меньше 8 — положил себе в карман. Винни Пух разложил часть конфет из своей коробки на другие 9 блюдец поровну, а остальные (их было больше 9) — положил себе в карман. После того, как Винни Пух положил себе в карман ещё и все конфеты с одного блюда Пятачка, у него в кармане стало 60 конфет. Сколько конфет в кармане Пятачка?
5. Разрешаются следующие преобразования четвёрок (a, b, c, d) целых чисел:

$$(1) (b, a, c, d);$$

$$(2) (a, b, d, c);$$

$$(3) (a + d, b, c + b, d);$$

$$(4) (a, b - c, c, d - a).$$

Можно ли с помощью некоторого числа указанных преобразований перейти от четвёрки $(20, 20, 23, 23)$ к четвёрке $(2020, 2020, 2023, 2023)$?