

Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2023 – 2024 учебный год
Математика
11 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Время выполнения заданий - **4 часа (240 минут)**.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

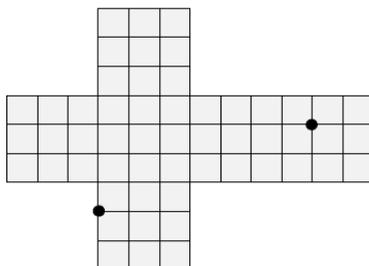
- не спеша, внимательно читайте задания;
- обязательно записывайте номер задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа;
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Вам предстоит решить **5 задач**:

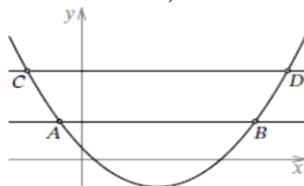
11.1. Существует ли натуральное n такое, что число $n^{2024} - 1$ является какой-либо степенью двойки?

11.2. Рубик сделал развертку куба размером $3 \times 3 \times 3$ и отметил на ней две точки – см. рисунок.



Каково будет расстояние между этими точками после того, как Рубик склеит из развёртки куб?

11.3. На доске нарисован график функции $y = x^2 + ax + b$. Оля нарисовала на том же чертеже две прямые, параллельные оси Ox (см. рисунок). Первая прямая пересекает график в точках A и B , а вторая — в точках C и D . Найдите расстояние между прямыми, если известно, что $AB = 5$, $CD = 11$.



11.4. Геометрическая прогрессия b_1, b_2, \dots такова, что $b_{25} = 2 \operatorname{tg} \alpha$, $b_{31} = 2 \sin \alpha$ для некоторого острого угла α . Найдите номер n , для которого $b_n = \sin 2\alpha$.

11.5. На горизонтальном полу лежат три волейбольных мяча радиусом 24, попарно касающиеся друг друга. Сверху положили теннисный мяч радиусом 8, касающийся всех трёх волейбольных мячей (см. рисунок). Найдите расстояние от верхней точки теннисного мяча до пола. (Все мячи имеют форму шара.)

