

## 11 класс – 2023

**11.1.** В десятичной записи числа  $20! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot 20$  (произведение всех натуральных чисел от 1 до 20) затёрты шесть цифр: 24329020\*81766\*\*\*\*. Восстановите эти цифры. Ответ обоснуйте.

**11.2.** Найдите все тройки  $(p, q, r)$  простых чисел, для которых выполнено равенство  $p + q^2 = r^4$ .

**11.3.** Докажите, что если  $x^3 + px^2 + qx + r \equiv (x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ , где числа  $x_1, x_2, x_3$  – положительны и  $x_1 \neq x_2$ , то  $p^2 + q^2 + 18r > 0$ .

**11.4.** Докажите, что если  $a > 0, b > 0$  и  $a^2 + b^2 = 18$ , то  $1/(5-a) + 1/(5-b) \geq 1$ .

**11.5** В четырехугольнике  $ABCT$  сторона  $AB$  больше стороны  $CT$  и не параллельна стороне  $CT$ . Диагонали  $AC$  и  $BT$  пересекаются в точке  $M$ . На отрезке  $AB$  нашлась точка  $E$  такая, что  $ME$  перпендикулярно  $AB$ . Известно, что  $\angle CEM = \angle TEM$ , а четырёхугольник  $ABCT$  вписан в окружность. Докажите, что сторона  $AB$  является диаметром этой окружности.