

Комплект заданий для муниципального этапа олимпиады по математике

11 класс

1. Найти максимальный член последовательности $a_n = -n^2 + 14n - 45 + \frac{4}{(2n-17)^2+2}$, $n = 1; 2; 3 \dots$
2. Плоскости α и β пересекаются по прямой a . В плоскости α взята прямая b , не параллельная прямой a . Точка O не лежит ни в плоскости α , ни в плоскости β . Плоскость γ , проходящая через точку O , параллельно плоскости α , пересекает плоскость β по прямой c . Постройте прямую, по которой пересекаются плоскость β и плоскость, заданная прямой b и точкой O .
3. У работа Васи есть одна конфета и неограниченное количество конфет в отдельном мешке. Вася сам с собой играет в игру. Он подбрасывает монетку и, если выпадает решка, то Вася свою конфету перекладывает в мешок, а, если выпадает орел, то Вася из мешка берет одну конфету. Если у Васи не остается конфет, то игра заканчивается (Вася проиграл). Вася готов играть в эту игру бесконечно. Какова вероятность, что эта игра никогда не закончится? (Выпадение каждой грани монеты равновозможно).
4. Найдите все целые решения уравнения или докажите, что их нет.

$$\left[\frac{n}{2} \right] + \left[\frac{n}{3} \right] + \left[\frac{n}{4} \right] = (13m + 5)^2$$

$[n]$ – целая часть числа n : наибольшее целое число, не превосходящее n .

5. Имеется 11 множеств, пересечение которых пусто, при этом пересечение любых десяти из них не пусто. Найдите наименьшее количество общих элементов для любых двух множеств.