

**Задания муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников в Республике Карелия
в 2023–2024 учебном году
по математике**

11 класс

№1 (7 баллов). Существует ли такой многочлен $P(x)$ с действительными коэффициентами, что $P(x) \geq 2023 \cdot P'(x)$ для всех x ?

№2 (7 баллов). Друзья Алексей и Павел живут на одной стороне улицы (номер дома Павла больше номера дома Алексея). Алексей решил навестить друга. Выйдя из своего дома, по пути Алексей стал считать сумму номеров домов по своей стороне улицы, включая номер своего дома и дома Павла. В результате у него получилась сумма, равная 391. Какой номер имеет десятый дом, если за первый дом считать дом Алексея?

№3 (7 баллов). Сечение куба плоскостью – пятиугольник. Докажите, что площадь пятиугольника меньше произведения двух самых длинных его сторон.

№4 (7 баллов). Десять лунок расположены по кругу. В девяти из них лежит по одиннадцать камней. Одна пустая. Камни можно перекладывать по лункам по следующим правилам: выбирается лунка (в ней должно быть не менее шести камней) и направление перекладывания (по или против часовой стрелки). Из выбранной лунки выбирают шесть камней и раскладывают по ближайшим лункам в выбранном направлении – в самую ближайшую три камня, в следующую – два, в следующую – один. Докажите, что не удастся получить такое расположение камней, при котором во всех лунках по одиннадцать камней, кроме той, что расположена напротив первоначально пустой.

Максимальный балл за все выполненные задания — 28.