

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады по математике 2023-2024

11 класс

- 11.1.** Найдите наименьший положительный корень уравнения $\sin\left(\frac{\pi}{2}(2x^2 + 1)\right) + \cos(3\pi x^2) = 0$.
- 11.2.** Решите уравнение $x^4 + 4 + 2x(x^2 - 2x + 2) = 0$.
- 11.3.** Дан треугольник ABC . Обозначим через r_A радиус окружности, проходящей через A и касающейся стороны BC в её середине. r_B и r_C определяются аналогично (как радиусы окружностей, проходящих через вершину и касающихся противоположной стороны в её середине). Можно ли утверждать, что треугольник ABC равносторонний, если известно, что $\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} + \frac{1}{r_C} = \frac{2}{r}$, где r – радиус вписанной окружности треугольника ABC ?
- 11.4.** Существуют ли такие иррациональные числа x, y , что оба числа $(x^3 - 3x^2y + xy^2 + 1)$ и $(x^2 - 3xy + y^2)$ рациональные?
- 11.5.** В некоторые клетки шахматной доски 8×8 поставлены шашки. Для каждой из 64 клеток подсчитали число шашек в 15 клетках, находящихся с этой клеткой в той же строке или том же столбце. Могло ли оказаться так, что все эти 64 числа четные?