

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады
школьников по математике в 2023-2024 учебном году**

11 класс

1. Выяснить, при каких условиях для параметров a, b, c, d параболы

$$y = x^2 + ax + b, \quad y = x^2 + cx + d$$

имеют более одного пересечения.

2. Найдите количество корней уравнения: $2^{\lg(x^2-2023)} - \lg 2^{x^2-2022} = 0$.

3. Докажите, что для любых положительных чисел a, b, c выполняется неравенство

$$\frac{2a}{3(b+c)} + \frac{2b}{3(a+c)} + \frac{2c}{3(a+b)} \geq 1.$$

4. В четырёхугольник ABCD можно вписать и вокруг него можно описать окружность. Диагонали этого четырёхугольника взаимно перпендикулярны. ABCD – квадрат?

5. Петя написал на доске два целых числа. Каждую минуту Вася записывал на доску новое число, равное сумме двух каких-то чисел на доске. Спустя пять минут на доске оказались числа 21, 15, 12, 9, 6, 3, -3. Выберите все числа, которые гарантированно были записаны Васей.